HOGERE EN MIDDELBARE TECHNISCHE SCHOOL VOOR ELEKTRONICA
BERGWEG 33
HILVERSUM
Directie Rens en Rens
Gevestigd sinds 1925
TELEFOON 47474
GIRO 86580

Natuurkunde. Les 39

39,1. Beeldvorming bij holle lenzen

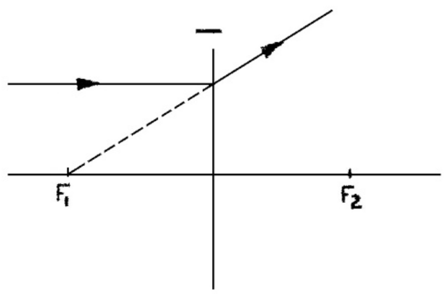


Fig. 39,1

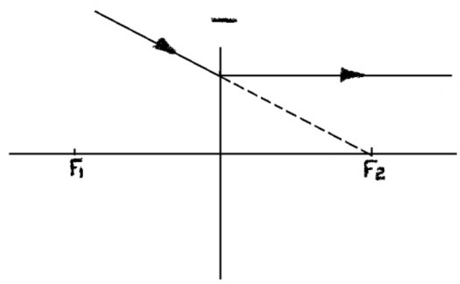


Fig. 39,2.

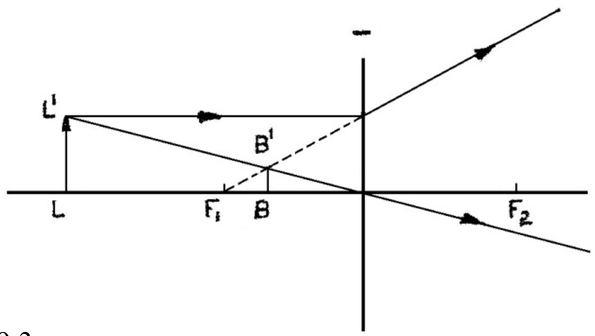


Fig.39,3.

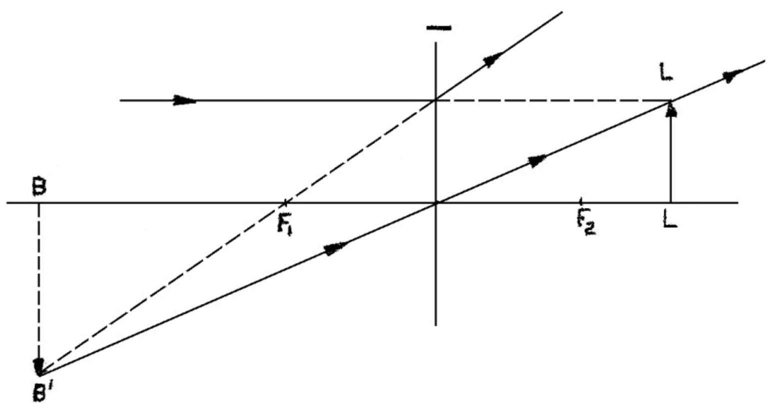


Fig. 39,4.

Bijzondere stralen voor de constructie bij de holle lens zijn:

1^e^. Een lichtstraal door O gaat ongebroken door.

2^e^. Een lichtstraal evenwijdig aan de hoofdas wordt zodanig gebroken, dat het verlengde van de lichtstraal door F_1 gaat (zie fig. 39,1).
$\frac{1}{b}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$;
hierin is $v=\infty$, dus: $b=f$.
Aangezien f negatief is, is ook b negatief.

3^e^. Een lichtstraal waarvan het verlende door F_2 gaat, wordt gebroken evenwijdig aan de hoofdas. (fig. 39,2).
$\frac{1}{b}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$. Daar het voorwerp in f staat, is $v=f$, dus: $b=\infty$. f is weer negatief.

Met behulp van deze drie stralen is het beeld steeds te construeren evenals we dit bij bolle lenzen hebben gedaan.

Een negatieve lens geeft van een reëel voorwerp altijd een virtueel beeld.

Is het voorwerp virtueel, dan is het beeld opeens virtueel. In fig. 39,3 en 39,4 zijn twee constructies uitgevoerd.

39,2. Fouten van lenzen

Indien een bundel evenwijdige stralen op een lens valt, gaan niet alle stralen na de breking door het brandpunt. Zij vormen geen scherp brandpunt, doch een verzameling van brandpunten.

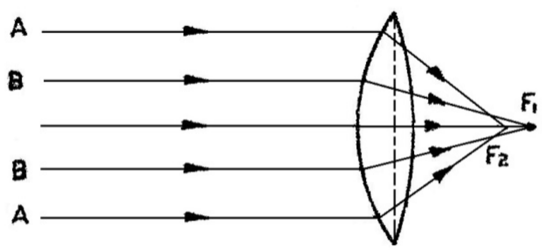


Fig. 39,5.

Fig. 39,5 geeft de gang van de lichtstralen van een evenwijdige aan de hoofdas lopende lichtbundel bij een positieve lens.

de randstralen A hebben een ander brandpunt dan de centrale stralen B. Het gevolg hiervan is een zekere onduidelijkheid van het beeld, omdat men van een punt als lichtgevend voorwerp niet een enkel punt als beeld krijgt, doch een vlekje.

Deze afwijking heet afwijking door bolvormigheid of sferische aberratie.

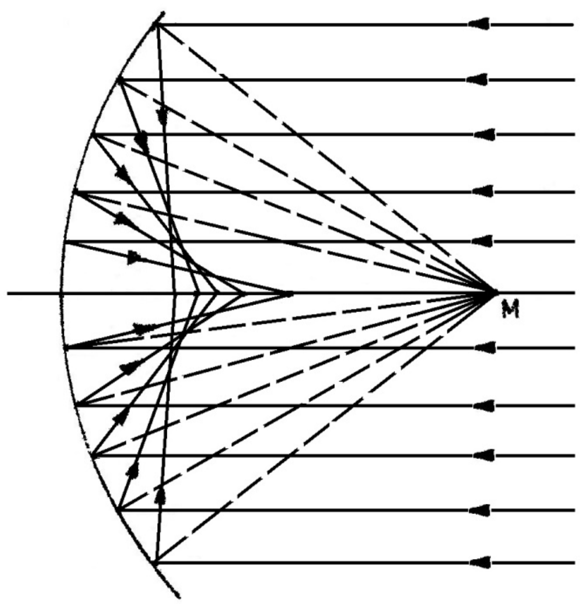


Fig. 39,6.

Ditzelfde ontstaat bij een holle spiegel (fig. 39,6). In deze figuur is bij een vrij grote holle spiegel een evenwijdige bundel lichtstralen getekend. Bij iedere invallende lichtstraal is de normaal vanuit M gestippeld aangegeven. Bij de constructie is gebruik gemaakt van de wetenschap, dat de hoek van inval gelijk is aan de hoek van terugkaatsing. Ook hier vinden we weer een verzameling van brandpunten. De afwijking, die ontstaat heet weer sferische aberratie.

Parabolische spiegels vertonen het verschijnsel van sferische aberratie niet, alle teruggekaatste stralen van een evenwijdige aan de hoofdas opvallende bundel gaan door een enkel punt. Daarom wordt er wanneer er een grote nauwkeurigheid vereist wordt, gebruik gemaakt van parabolische spiegels of parabolische reflectoren.

Met behulp van een juist gekozen combinatie van twee of meer lenzen kan men de sferische aberratie zeer klein maken of zelfs geheel opheffen. Een dergelijk lenzenstelsel dat voor de sferische aberratie is gecorrigeerd en deze fout niet vergroot, heet aplanaat.

De sferische aberratie bij een lens is groter naarmate de lens dikker wordt. Men kan de sferische aberratie eveneens verminderen door niet de hele lens te gebruiken, doch slechts een deel ervan. Dit kunnen we bereiken door achter de lens een diafragma te plaatsen (d.i. een plaatje met een kleine ronde opening). Door de verkleining van de lensopening laat de lens echter minder licht door, waardoor het beeld lichtzwakker wordt.

Een fout, die in alle enkelvoudige lenzen optreedt, is de chromatische aberratie, d.i. de afdwaling der lichtstralen ten gevolge van kleurschifting, waarbij de blauwe lichtstralen sterker gebroken worden dan de rode, zodat beide stralen een ander brandpunt opleveren. Het door de lens gevormde beeld heeft dan dikwijls gekleurde randen. Met behulp van een lenzenstelsel, dat uit lenzen van verschillende glassoort bestaat, kan men de chromatische aberratie opheffen. Een dergelijk lenzenstelsel heet achromaat.

Oplossingen inzenden van de opgaven 281 t/m 185.

40,1. Combinatie van Lenzen

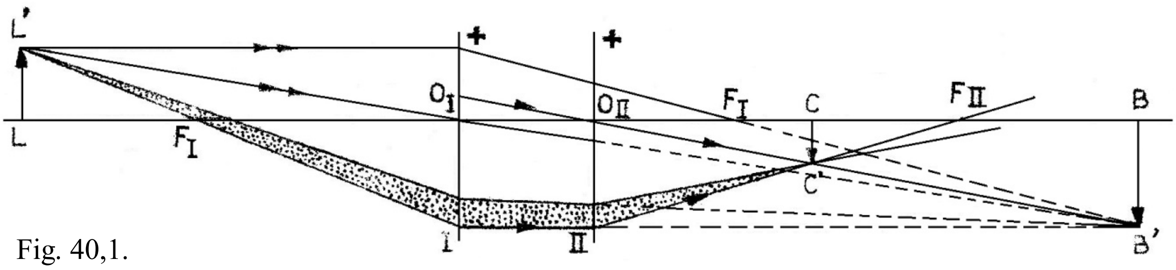


Fig. 40,1.

Als lichtstralen achtereenvolgens door verschillende lenzen gaan, kan men het beeld dat door de eerste lens gevormd zou worden beschouwen als voorwerp voor de tweede lens. in fig. 40,1 is een voorwerp LL' opgesteld voor twee positieve lenzen.

De cursist dient zelf de stralengang na te gaan. Met behulp van de formule $\frac{1}{b}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$ kunnen we bij gegeven brandpuntsafstanden en gegeven voorwerpsafstand de plaats van het eerste beeld uitrekenen. Dit beeld nemen we als voorwerp voor de tweede lens. We berekenen dus de afstand van het beeld tot de tweede lens, deze afstand is V voor de tweede lens.

De totale vergroting van het beeld vinden we uit het product der vergrotingen van iedere lens afzonderlijk. Dus $V_{tot} = V_1 \times V_2 \times V_3 \times \ldots\ldots$

40,2. Lenzenstelsel

Fig. 40,2.

Wanneer twee of meer lenzen tegen elkaar zijn geplaatst, spreken we van een lenzenstelsel. In fig. 40,2 zijn twee lenzen van verschillende glassoort, waarvan de grensvlakken precies tegen elkaar aansluiten, getekend.

Zo'n lenzenstelsel is te beschouwen als een enkele lens met een bepaalde brandpuntsafstand.

Indien de brandpuntsafstand van de ene lens f_1 wordt genoemd en die van de andere lens f_2 en we noemen de brandpunts-afstand van het lenzenstelsel f_s, dan geldt voor dit stelsel de volgende formule:

$$\frac{1}{f_s}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}.$$

We bewijzen dit met behulp van fig. 40,3.

Het lenzenstelsel is als een positieve en een negatieve lens vlak naast elkaar getekend. Indien we van de dikte der lenzen mogen afzien, dan geldt dat de beeldafstand b_1 van de eerste lens gelijk is aan de voorwerpsafstand van de tweede lens, dus $v_2 = -b_1$.

Voor de eerste lens geldt: $\frac{1}{v_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}$.

Voor de tweede lens geldt: $\frac{1}{v_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_2}$.

We tellen deze formules op en vinden dan: $\frac{1}{v_1}+\frac{1}{b_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$.

Daar $v_2 = -b_1$ houden we over: $\frac{1}{v_1}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$.

R.T.

80 Nk

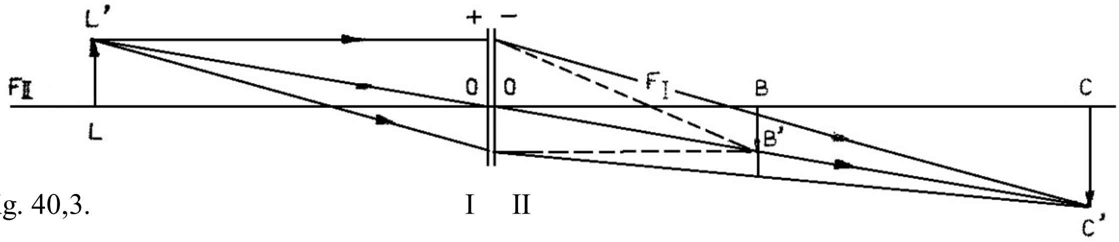


Fig. 40,3. I II

Voor het lenzenstelsel als één geheel beschouwd geldt:

$$\frac{1}{v_1}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f_S}\text{, dus: }\frac{1}{f_S}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}.$$

De sterkte van het lenzenstelsel $\frac{1}{fs}$ is dus gelijk aan de som van de sterkte der lenzen waaruit het stelsel bestaat. Voor een stelsel bestaande uit meerdere lenzen geldt dan:

$$\frac{1}{f_S}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}+\ldots\ldots$$

Als men de sterkte der verschillende lenzen aangeeft in dioptrieën en deze aanduidt met de letters $D_1,\ D_2$ enz. dan geldt voor een lenzenstelsel:

$$D_{tot}=D_1+D_2+D_3.$$

Hebben we bv. twee lenzen met een sterkte resp. van $+4$ en $-\ 2½$ dioptrie, dan hebben deze twee lenzen als lenzenstelsel een sterkte van $+4-2½=1½$ dioptrie. De brandpuntsafstand van het stelsel is dan 2/3 meter.

Bij drie lenzen met sterkten resp. 5, $-3½$ en $+2$ dioptrie vinden we een totale dioptrie die gelijk is aan $5+2-3½=3½$ dioptrie. De brandpuntsafstand van het stelsel bedraagt dan $\frac{2}{7}$ meter.

<u>Voorbeeld:</u> in fig. 40,1 is $LO_1=10\ cm.\ f_I=+6\ cm\ .\ O_IO_{II}=3\ cm;\ \ f_{II}=+8\ cm.$

<u>Gevraagd:</u> Waar komt het eindbeeld? Hoeveel is de vergroting?

<u>Oplossing:</u> Voor lens I geldt: $\frac{1}{v_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}$ hieruit volgt: $\frac{1}{10}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{6}$, dus: $b_1=15$.

Het eerste beeld BB' staat dus $15-3=12$ cm achter de tweede lens. Als voorwerp voor lens II beschouwd is het virtueel, zodat voor lens II geldt: $-\frac{1}{12}+\frac{1}{b_2}=8$, dus: $b_2=4{,}8$. De tweede lens veroorzaakt dus een reëel beeld CC' op 4,8 cm achter lens II.

De vergroting van de eerste lens is: $\frac{15}{10}=1\frac{1}{2}$; de vergroting van de tweede lens is: $\frac{4{,}8}{12}=\frac{2}{5}$.

Het eindbeeld is t.o.v. het oorspronkelijke voorwerp LL' dus: $1\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ maal vergroot.

Oplossingen inzenden van de opgaven 286 t/m 288.

41,1. Optische instrumenten

Het menselijk oog

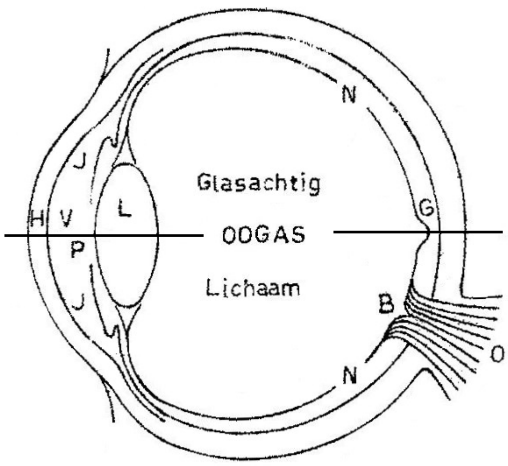


Fig. 41,1. Horizontale doorsnede door het rechteroog. B = blinde vlek. J = iris of regenboogvlies. L = kristallens. N = netvlies. O = oogzenuw. P = pupil.
V = voorste oogkamer, gevuld met waterachtig vocht.

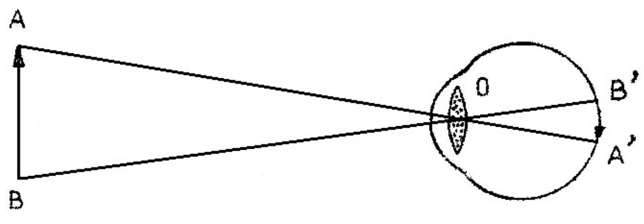


Fig. 41,2. $A'B'$ is het beeld van AB.
O is de ooglens.

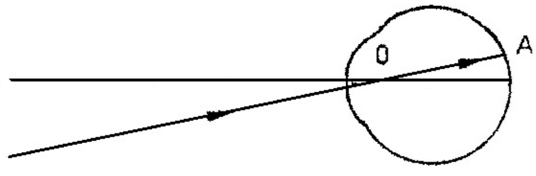


Fig. 41,3. Een prikkel in de zintuigcel A heeft Zijn oorzaak in de richting van AO.

Het oog ligt goed beschut in de oogkas. Het licht treedt door de pupil P (fig. 41,1) binnen.
De pupil is een opening die zich in het regenboogvlies of iris J bevindt.
Door de pupil te verwijden of te vernauwen regelt de mens (onbewust) de hoeveelheid licht die in het oog komt. In het donker is de pupil zo wijd mogelijk geopend, bij fel licht zo nauw mogelijk.

Achter het hoornvlies H bevindt zich het waterachtig vocht V, daarachter de kristallens L en daarachter het glasachtig lichaam. Bij de overgang van de lichtstralen naar hoornvlies, waterachtig vocht, kristallens en glasachtig lichaam vindt telkens breking plaats.
Gezamenlijk convergeren zij de lichtstralen op het netvlies N, waarmee de achterwand van het oog aan de binnenkant bedekt is.

Het oog vormt van de buitenwereld een beeld op het netvlies; dit beeld is reëel, verkleind en omgekeerd (fig. 41,2).

Daar de achterwand van het oog gekromd is, vormen ook de scheef invallenden stralen een vrij scherp beeld op het netvlies.

In het netvlies bevinden zich talloze zintuigcellen, die door het opvallende licht worden geprikkeld. Zenuwen brengen deze prikkels naar de hersenen over. Door combinatie met de tastzin heeft de mens geleerd, dat een prikkeling van een bepaalde zintuigcel bv. A in fig. 41,3 veroorzaakt wordt door een lichtstraal die uit de richting van OA komt. Zo correspondeert elk deel van het netvlies met een bepaald deel van de ruimte in de buitenwereld.

R.T.

82 Nk Nadruk verboden

Als een deel van het netvlies geprikkeld wordt, trekt de mens door middel van zijn hersenen daaruit de conclusie dat hij iets "ziet". Wat hij ziet en waar hij het ziet, dat heeft hij door de ervaring door middel van zijn tastzin geleerd. Door ervaring weet hij of de lichtprikkels van naburige zintuigcellen afkomstig zijn van voorwerpen naast, boven of onder elkaar. Daardoor is het ook niet van belang dat het beeld op het netvlies omgekeerd is en niet rechtop.

Uit de aard van de verschillende prikkels, die de zintuigcellen ontvangen, trekt de mens in zijn hersenen conclusies omtrent de plaats, de grootte, de kleur en de vorm van het voorwerp dat hij "ziet". Men kan dus zeggen: wij zien met onze hersenen.

Daarbij kan men zich echter wel eens vergissen, d.i. minder juiste conclusies trekken uit de ontvangen prikkels. Zo meent men bv. allerlei kleuren te zien als men sterk in of op de ogen wrijft. Blijkbaar veroorzaken prikkels ten gevolge van druk op het netvlies eenzelfde soort uitwerking in de hersenen als bepaalde lichtprikkels.

Als wij zijdelings tegen de oogbol drukken (en het andere oog dichthouden) zien we dat de voorwerpen zich verplaatsen. Dit komt, omdat door die zijwaartse druk tegen de oogbol de lichtstralen nu op een ander deel van het netvlies terecht komen. Dit wordt in de hersenen opgevat als een verplaatsing van het voorwerp.

Als men in een donkere kamer een lampje snel in een kring beweegt, dan ziet men een gesloten lichtende kromme lijn. Dit komt, omdat de prikkels van de zintuigcellen nog een poosje blijven nawerken, nadat de oorzaak heeft opgehouden te bestaan. Deze nawerking van het oog duurt ongeveer 0,1 seconde.

Bij het afdraaien van een film projecteert men in een seconde 24 verschillende beelden.
Ten gevolge van de nawerking van het oog merkt men echter niets van de onderbrekingen tijdens het wisselen der beelden. Daardoor is het mogelijk dat men op de film de bewegingen vloeiend in elkaar ziet overgaan.

Gewoonlijk projecteert men 24 beelden per seconde; bij smalfilms zijn het er 16 tot 20.
De zintuigcellen op het netvlies zijn wel heel klein, maar toch niet oneindig klein, daardoor kan het gebeuren dat de lichtstralen van twee lichtpunten, die heel dicht bij elkaar liggen, niet op twee, doch op één zintuigcel vallen, de hersenen ontvangen dan slechts een zenuwprikkel en menen daardoor dat er slechts één lichtpunt is.

Zo liggen bij de televisiebeelden de 625 lijnen, waaruit elk beeld bestaat, zo dicht bij elkaar, dat zij op het netvlies niet meer als gescheiden worden waargenomen, tenminste als men op niet al te korte afstand van het toestel zit.

De zintuigcellen zijn niet gelijkmatig over het netvlies verdeeld. De plek, waar de hoofdas van het oog het netvlies treft en waarop zich het beeld vormt van de voorwerpen, waarop ons zien zich concentreert, is het rijkst aan zintuigcellen (G in fig. 41,1). Daardoor kan men aan het waargenomen beeld op die plek de meeste bijzonderheden onderscheiden. Men noemt deze plek, vanwege zijn kleur, de gele vlek.
Er is ook een plek, waar zich helemaal geen zintuigcellen bevinden. Dat is de plaats, waar de bundel oogzenuwen het oog verlaat (B in fig. 41,1); daar is geen plaats voor zintuigcellen. Men noemt deze plek de blinde vlek.

Oplossingen inzenden van de opgaven 289 t/m 281.

42,1. Accommodatievermogen

De lens van ons oog is een week elastisch lichaam dat, als het uit het oog verwijderd en aan zichzelf overgelaten is, de bolvorm aanneemt. De lens is in het oog zo opgehangen, dat het door de werking van de ophangbanden betrekkelijk plat wordt gehouden. Door de werking van een spier kunnen de ophangbanden echter worden ontspannen waardoor de ooglens min of meer haar natuurlijke bolvorm kan hernemen.

Bij dit boller worden van de lens wordt de brandpuntsafstand kleiner; bij een platter worden, wordt de brandpuntsafstand groter. Het boller maken van de lens heet accommoderen. In ongeaccommodeerde toestand is de ooglens zo plat mogelijk.

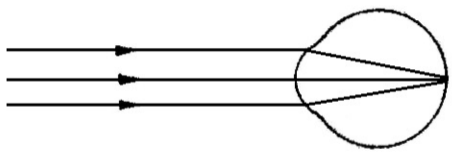


Fig. 42,1. Bij een ongeaccommodeerd normaal oog verenigen evenwijdige lichtstralen zich in een punt op het netvlies.

Men noemt een oog normaal, als het in rusttoestand, d.i. in ongeaccommodeerde toestand de voorwerpen op oneindig grote afstand scherp ziet (zie fig. 42,1). Als oneindig grote afstand geldt voor het oog een afstand van 6 meter of meer.

Als het voorwerp dichterbij komt, zou het beeld niet meer op – maar achter het netvlies gevormd worden (fig. 42,2). Op het netvlies ontstaat dan van een lichtpunt P niet een beeldpunt P', maar een beeldvlek.

Daar de beeldafstand tussen ooglens en netvlies zich niet laat veranderen, is de enige mogelijkheid om bij een andere voorwerpsafstand toch een scherp beeld op het netvlies te krijgen de brandpuntsafstand van de ooglens te veranderen. Dit geschiedt door het accommoderen.

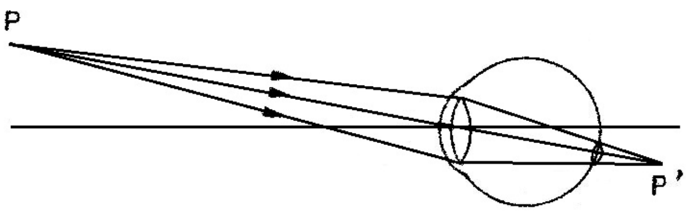


Fig. 42,2. Bij een ongeaccommodeerd normaal oog werpt de lens van een lichtpunt P een scherp beeldpunt P' achter het netvlies dus een beeldvlek op het netvlies.

Hoe dichter een voorwerp bij het oog komt, hoe meer het oog moet accommoderen. Jonge mensen kunnen gemakkelijk de voorwerpen tot op 10 cm duidelijk zien; daarbij moeten zij de lensspieren echter sterk inspannen, hetgeen op den duur een zekere vermoeidheid kan veroorzaken.

Het punt dat men met zo sterk mogelijk geaccommodeerd oog nog scherp kan zien, noemt men het nabijheidspunt. Bij jonge kinderen ligt het nabijheidspunt op 10 cm of minder van het oog af, bij oudere mensen aanmerkelijk verder.

Onder de werkafstand (ook wel afstand van duidelijk zien genoemd) verstaat men de afstand waarop men zonder als te grote vermoeidheid het oog lange tijd geaccommodeerd kan houden.
Algemeen wordt voor de werkafstand een afstand van 25 cm aangehouden.

42,2. Hoekvergroting

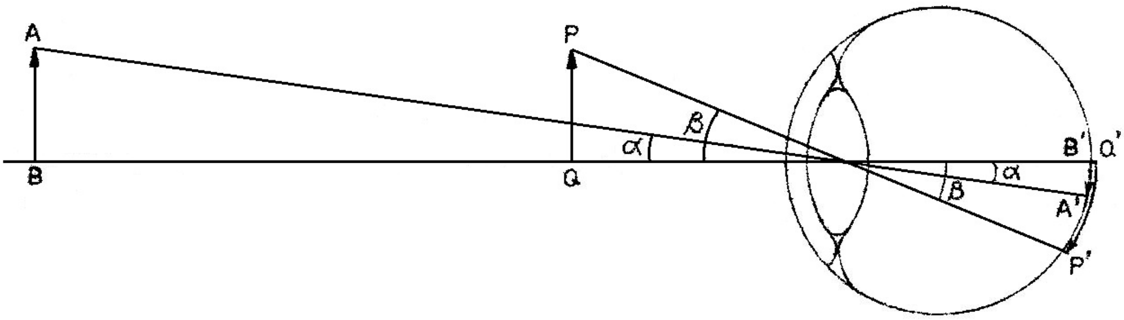


Fig. 42,3. De dichtst bijstaande voorwerpen geven het grootste beeld op het netvlies.

Om een voorwerp duidelijk te zien, brengt men het zo dicht mogelijk bij het oog. Het netvliesbeeld wordt dan groter (fig. 42,3); er worden meer zintuigcellen geprikkeld en daardoor kan men meer bijzonderheden aan het voorwerp onderscheiden.

Het gebruik van een vergrootglas, een microscoop en een kijker berusten alle op het vormen van een groter beeld op het netvlies.

Met een kijker haalt men de voorwerpen dichter bij het oog, waardoor men ze vergroot ziet. Maar deze vergroting is slechts betrekkelijk, want het beeld is altijd kleiner dan het voorwerp, waarnaar men kijkt. Echter: het netvliesbeeld, dat men met behulp van de kijker ontwerpt, is groter dan zonder gebruik van de kijker.

Om de vergroting, die men met behulp van een optisch instrument (vergrootglas, microscoop, kijker) bereikt, door een getal uit te kunnen drukken, vergelijkt men de grootte van de gevormde netvliesbeelden, gevormd met en zonder optisch instrument. Van deze netvliesbeelden kan men niet direct de grootte meten, maar wel hun verhouding. Deze is namelijk even groot als die van de bijbehorende hoeken β en α (zie fig. 42,3).

In fig. 42,3 is door het dichterbij brengen van het voorwerp $(AB = PQ)$ een netvliesbeeld $P'Q'$ ontstaan, dat groter is dan het netvliesbeeld $A'B'$. Daar deze netvliesbeelden in de figuur cirkelboogjes zijn, is: $\frac{bg\ P'Q'}{bg\ A'B'} = \frac{\beta}{\alpha}$. Deze verhouding $\frac{\beta}{\alpha}$ is tevens de verhouding van de hoeken, waaronder men het voorwerp dichtbij of veraf ziet.

Wanneer men met behulp van een optisch instrument (vergrootglas, microscoop of kijker) een voorwerp (schijnbaar) dichter bij het oog brengt, ontstaat een vergroting $= \frac{\beta}{\alpha}$. Men noemt deze vergroting de hoekvergroting.

Onder de hoekvergroting verstaat men de verhouding van de hoeken, waaronder men het voorwerp ziet met optisch instrument en zonder optisch instrument.

De hoekvergroting dient men wel te onderscheiden van de vergroting die wij vroeger hebben leren kennen als de verhouding van de lengte van beeld en voorwerp, deze noemt men wel de lineaire vergroting.

Bij gebruik van een optisch instrument is alleen de hoekvergroting van belang, want door de hoekvergroting wordt het netvliesbeeld groter en daarmee het aantal zintuigcellen dat geprikkeld wordt en dat betekent, dat men meer details aan het waargenomen beeld kan onderscheiden, of anders gezegd: meer informatie krijgt.

Oplossingen inzenden van de opgaven 292 t/m 294.

43,1. De loep

Als wij een voorwerp goed willen bekijken, brengen wij het zo dicht mogelijk bij het oog. Dit dichterbij brengen van het voorwerp kan echter niet onbeperkt doorgaan. Het kan niet verder gaan dan tot ons nabijheidspunt, d.i. het punt waarbij het accommodatievermogen van ons oog ons in de steek begint te laten.

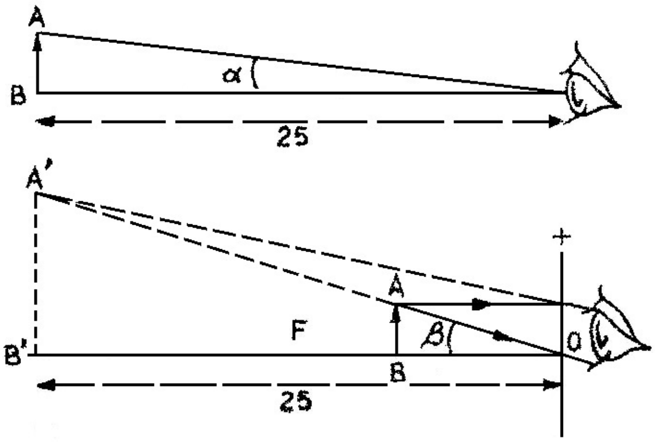


Fig. 43,1. Boven: waarnemen van een voorwerp met het ongewapende oog op 25 cm afstand. Beneden: waarnemen van hetzelfde voorwerp met behulp van een loep, die een beeld op 25 cm voor het oog ontwerpt.

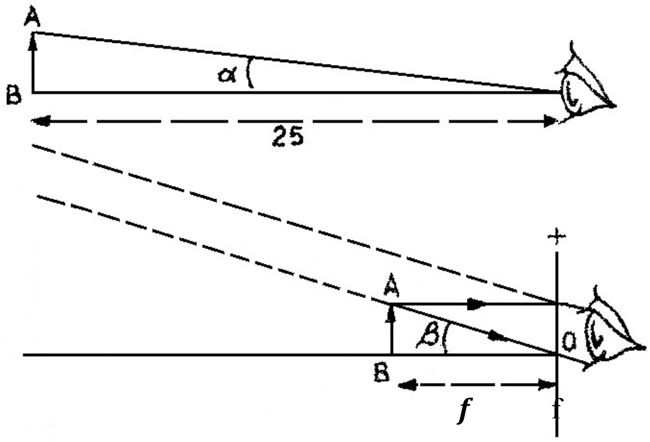


Fig. 43,2. Boven: waarnemen van een voorwerp met het ongewapende oog op 25 cm afstand.

Beneden: waarnemen van hetzelfde voorwerp met behulp van een loep, waarbij men het oog niet behoeft te accommoderen.

Als wij het voorwerp nog dichter bij het oog brengen, ontstaat op het netvlies wel een groter beeld, maar dit is niet meer scherp. Men kan dan de bijzonderheden in het beeld niet meer zo goed van elkaar onderscheiden; men ziet het beeld wazig.

Om toch een scherp en vergroot beeld te krijgen, gebruikt men een loep, d.i. een positieve lens, die als vergrootglas werkt. Daartoe moet het voorwerp zich binnen de brandpuntsafstand van de lens bevinden. Er ontstaat dan een virtueel beeld, dat door het oog wordt waargenomen (zie fig. 43,1).

In fig. 43,1 ontwerpt de loep een virtueel beeld op werkafstand (25 cm). De hoek β waaronder het oog het voorwerp nu ziet, is aanmerkelijk groter dan de hoek α, waaronder het ongewapende oog hetzelfde voorwerp op werkafstand bekijkt.

Bij de betrekkelijk kleine hoeken, waaronder men de voorwerpen ziet, mag men de verhouding $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ gelijk stellen aan de verhouding van hun tangenten $\left(\frac{\tan\beta}{\tan\alpha}\right)$.

de hoekvergroting is dus: $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha}$.

Met de loep ziet men het voorwerp AB onder een hoek β.

$\tan\beta = \frac{AB}{BO} = \frac{AB}{v}$, waarin v de voorwerpsafstand BO is.

Uit $\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, waarin $b = -25\ (cm)$, volgt: $\frac{1}{v} + \frac{1}{-25} = \frac{1}{f}$, dus: $\frac{1}{v} = \frac{25+f}{25f}$.

Zonder loep ziet men het voorwerp AB (op 25cm afstand) onder een hoek α, dus: $\tan\alpha = \frac{AB}{25}$.

De hoekvergroting is dus: $\frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{AB}{v} \div \frac{AB}{25} = \frac{25}{v} = \frac{25+f}{f} = \frac{25}{f} + 1$. Men kan de loep echter ook gebruiken men ongeaccommodeerd oog. De lichtstralen die van een punt van het voorwerp uitgaan, moeten dan evenwijdig uittreden. Dit is het geval, als het voorwerp in het brandvlak van de loep staat (fig. 43,2).

Met loep ziet men het voorwerp AB onder een hoek β dus: $\tan\beta = \frac{AB}{f}$.
Deze hoek β vergelijken wij met de hoek α, waaronder wij het voorwerp zonder loep bekijken op werkafstand. Daarbij is: $\tan\alpha = \frac{AB}{25}$.

Met ongeaccommodeerd oog is de hoekvergroting dus: $\frac{AB}{f} \div \frac{AB}{25} = \frac{25}{f}$.

Met (op werkafstand) geaccommodeerd oog vonden wij voor de hoekvergroting: $\frac{25+1}{f}$.
Met geaccommodeerd oog is de hoekvergroting dus groter dan met ongeaccommodeerd oog.
Maar daarvoor moet het geaccommodeerd oog zich ook veel meer inspannen.

43,2. Afwijkingen van het normale oog

Meestal begint op ongeveer 45-jarige leeftijd het accommoderen tot op 25 cm afstand bezwaren op te leveren, zodat men op die afstand niet meer duidelijk kan zien. Het oog wordt dan oudziend genoemd. Man kan het oudziende oog helpen, door er een convergerende lens als bril voor te plaatsen. De bril en de ooglens samen moeten dan even sterk kunnen convergeren als vroeger de sterk geaccommodeerde ooglens alleen. De sterkte van de bril hangt dus af van de mate, waarin het accommodatievermogen is verminderd.

Iemand met een normaal oog heeft, als hij oudziend is geworden, zijn bril alleen maar nodig, als hij op korte afstand goed wil zien, dus wil lezen naaien of een ander fijn handwerk verrichten.
Voor het kijken in de verte en op afstanden groter dan een meter heeft hij geen bril nodig.
Bij het in de verte kijken zet de oudziende zijn bril dus af.

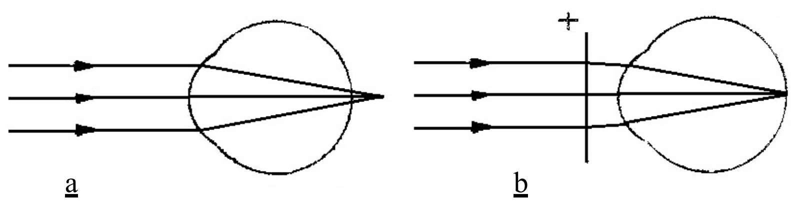


Fig. 43,3. Verziend oog in ongeaccommodeerde toestand.
a. Zonder bril komt het scherpe beeld van een ver voorwerp achter het netvlies; op het netvlies komt dan een onscherp beeld. b: Met bril komt het scherpe beeld van een ver voorwerp op het netvlies.

Verziend noemt men een oog als zijn oogas te kort is; de lens is dan te zwak. Als het verziende oog ongeaccommodeerd is, komt het beeld van een ver gelegen voorwerp achter het netvlies (fig. 43,3).
In tegenstelling met een normaal oog moet het verziende oog reeds voor ver verwijderde voorwerpen accommoderen, wil het deze scherp zien. Komen de voorwerpen dichterbij, dan moet het oog nog meer accommoderen en het is daardoor spoediger maximaal geaccommodeerd dan een normaal oog. Zijn nabijheidspunt ligt dus verder van het oog dan bij een normaal oog. Om zo goed mogelijk te kunnen zien, moet de verziende zijn boek of krant dus op een grotere afstand dan de normale 25 cm houden. Dit is de reden, waarom men hen "verziend" noemt.
Om een verziend oog als een normaal oog te laten werken moet zijn lenswerking worden versterkt. Dit gebeurt door een convergerende bril, van een zodanige sterkte, dat het verziende ongeaccommodeerde oog zonder accommoderen met de bril samen van ver verwijderde voorwerpen een scherp beeld op het netvlies vormt (fig. 43,3b). Voor dichterbij liggende voorwerpen moet het verziende oog (met bril) nu even veel of weinig accommoderen als het normale oog.

Oplossingen inzenden van de opgaven 295 t/m 299.

44,1. Afwijkingen van het normale oog (vervolg)

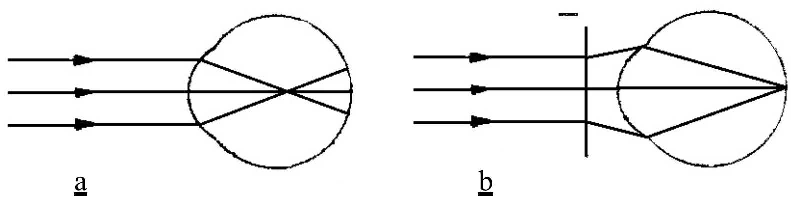


Fig. 44,1. Bijziend oog in ongeaccommodeerde toestand.
a. Zonder bril komt het scherpe beeld van een ver voorwerp vóór het netvlies; op het netvlies komt dan een onscherp beeld. b: Met bril komt het scherpe beeld van een ver voor-op het netvlies.

Bijziend noemt men een oog, als zijn oogas te lang is; de lens is dan te sterk convergerend voor dit oog. In ongeaccommodeerde toestand komt het beeld van een oneindig ver voorwerp vóór het netvlies (fig. 44,1a). Het beeld op het netvlies is dus onscherp en dat wordt nog erger, als men gaat accommoderen.
Zonder bril kan een bijziende dus niet in de verte kijken.
Om het bijziende oog te corrigeren, moet men gebruik maken van een divergerende bril.
De sterkte daarvan moet een zodanige zijn, dat het ongeaccommodeerde bijziende oog met de bril samen van een ver voorwerp een scherp beeld op het netvlies ontwerpt (fig. 44,1b).

Als de voorwerpen dichterbij komen, moet het bijziende oog (met bril) gaan accommoderen, evenals een normaal oog.

Terwijl een normaal oog in ongeaccommodeerde toestand de voorwerpen op oneindige afstand ziet, kan het bijziende oog deze pas op veel kleinere afstand scherp gaan zien. Het punt, dat een ongeaccommodeerd oog scherp ziet, noemt men het vertepunt. Bij een normaal oog ligt het vertepunt in het oneindige, bij een bijziend oog ligt het op eindige afstand. Het nabijheidspunt ligt bij het bijziende oog dichterbij dan bij het normale oog. Daardoor kan de bijziende mens zonder bril de voorwerpen veel dichter bij zijn oog brengen zonder dat hij overmatig behoeft te accommoderen.
Hij ziet de voorwerpen dus heel duidelijk op veel kortere afstand dan iemand met een normaal oog. Dit is de reden, waarom men hem “bijziend” noemt.

44,2. Microscoop

Een microscoop dient om zeer kleine voorwerpen vergroot, d.i. onder een grotere hoek te kunnen zien. Op die manier kan men dicht bij elkaar gelegen punten nog als gescheiden punten zien, terwijl zij zonder microscoop niet meer als afzonderlijke punten gezien kunnen worden.
Dit is het geval als de punten zo dicht bij elkaar liggen, dat bij het ongewapende oog hun beelden op een zintuigcel van het netvlies komen, terwijl door de hoekvergroting met de microscoop hun beelden op verschillende zintuigcellen komen. De microscoop bestaat in hoofdzaak uit twee lenzen, een objectief en een oculair, die elk voor zich weer samengesteld zijn uit twee of meer lenzen.
Het objectief is een positieve lens, die naar het te bekijken voorwerp (object) is gekeerd; het oculair is eveneens een positieve lens, waarachter of waarboven zich het oog van de waarnemer bevindt.

Het objectief vormt (fig. 44,2) van het voorwerp AB een vergroot en omgekeerd reëel beeld $A'B'$. Dit beeld wordt door het oculair bekeken. Het oog ziet dan een virtueel beeld $A''B''$.
Het oculair doet dus als loep dienst.

Hoe de plaats van het eindbeeld en van de grootte van de hoekvergroting wordt berekend, blijkt uit het volgende vraagstuk.

Een microscoop heeft een objectief met een brandpuntsafstand van 10 mm. Op 16 cm daarboven bevindt zich het oculair, dat een brandpuntsafstand van 6 cm heeft. Het object ligt 11 mm onder het objectief.
<u>Gevraagd</u> wordt:

a. waar komt het eindbeeld? Is dit virtueel of reëel?
b. Moet het oog al of niet geaccommodeerd zijn om het beeld scherp te kunnen zien?
c. Hoe groot is de vergroting voor een oog dat zich vlak boven het oculair bevindt?

Normale afstand van duidelijk zien te rekenen op 25 cm.

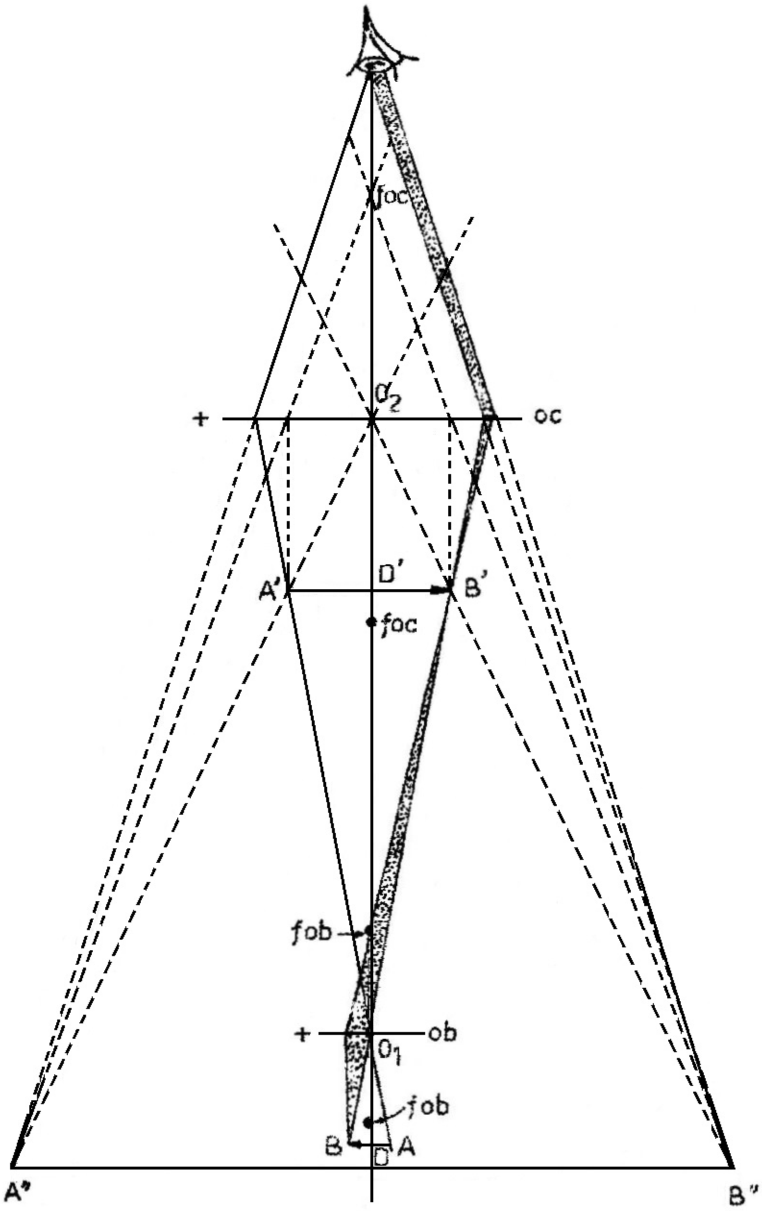


Fig. 44,2. Beeldvorming in een microscoop. Van een voorwerp AB vormt het objectief O_1 het beeld $A'B'$; het oculair O_2 vormt het eindbeeld $A''B''$.

<u>Oplossing:</u>

a. $\frac{1}{v_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1}$, dus:
$\frac{1}{11} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{10}$. Hieruit volgt: $\frac{1}{b_1} = \frac{1}{10} - \frac{1}{11} = \frac{1}{110}$,
dus: $b_1 = 110\ mm = 11cm$.
$v_2 = 16 - 115\ cm$ en positief.
$\frac{1}{v_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2}$, dus:
$\frac{1}{5} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{6}$. Hieruit volgt: $\frac{1}{b_2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{30}$,
dus: $b_2 = -30\ cm$. Het eindbeeld $A''B''$ (zie fig. 44,2) is virtueel, op 30 cm onder het oculair.

b. Het oog moet geaccommodeerd zijn op 30 cm.
c. De tangens van de hoek, waaronder men het halve voorwerp (AD) ziet zonder microscoop, is $\tan\alpha = \frac{AD}{25}$. Het oog (in O_2 gedacht) ziet het halve voorwerp $A'D'$ onder een hoek β, zodat $\tan\beta = \frac{A'D'}{O_2D'}$. Hierin is $O_2D' = v_2 = 5\ cm$ en $A'D' = 10AD$. Want $A'D' : DO_1 = 110 : 11 = 10 : 1$.
Dus $\tan\beta = \frac{10AD}{5}$. De hoekvergroting is dus: $\frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = \frac{10AD}{5} = \frac{AD}{25} = 50\,\times$.

Oplossingen inzenden van de opgaven 300 t/m 301.

45,1. Verrekijkers

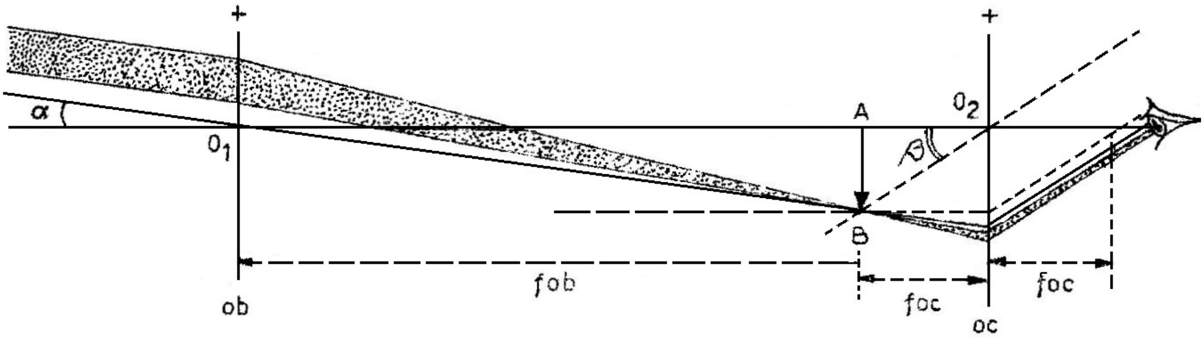


Fig. 45,1.

De verrekijkers bezitten over het algemeen twee lenzen. De eerste lens noemt met het objectief, de tweede het oculair. Bij de z.g. astronomische kijkers zijn het oculair en het objectief beide positieve lenzen. De lenzen zijn zodanig geplaatst, dat het brandpunt van het objectief samenvalt met het voorwerpspunt van het oculair.

De lengte van de kijker is dus $L = f_{obj} + f_{oc}$. Van het voorwerp, dat zich in het oneindige bevindt (bv. een ster) wordt door de objectieflens een omgekeerd reëel beeld AB gevormd in het beeldbrandvlak, dat tevens het voorwerpsbrandvlak van het oculair is. Het oculair doet weer dienst als loep. In fig. 45,1 zijn de beeldvorming en stralengang voor een ongeaccommodeerd oog weergegeven. De vergroting van de kijker is in dit geval: $\frac{f_{obj}}{f_{oc}}$.

Bij de aardse kijkers wordt het beeld, dat bij de astronomische kijker omgekeerd was, door een zg. omkeringslens weer rechtop gezet.
De lengte van deze kijker is: $L = f_{obj} + 4f_{omk} + f_{oc}$.

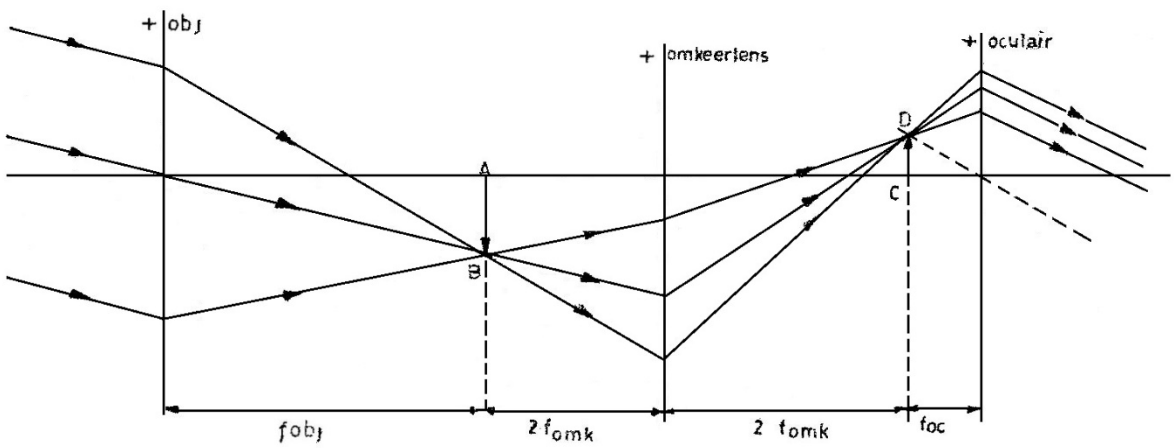


Fig. 45,2.

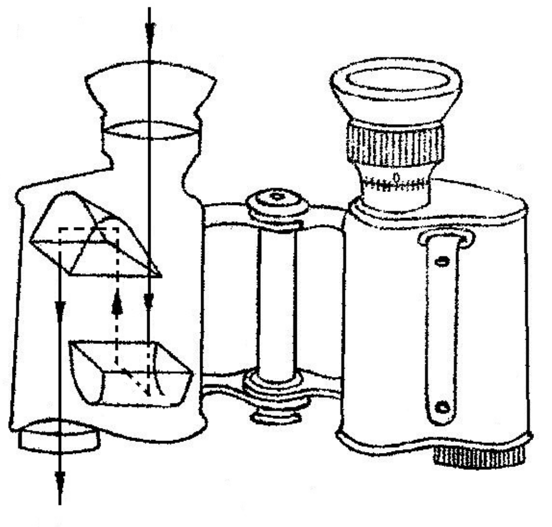


Fig. 45,3.

In plaats van door een omkeringslens, kan de omkering ook verkregen worden door middel van glazen prisma's (fig.46,3). Deze prismakijker heeft het voordeel dat hij veel korter is dan de aardse kijker.

In tegenstelling tot de tot nu toe behandelde kijkers bezit de Hollandse kijker een negatief oculair. Van het voorwerp, dat praktisch in het oneindige ligt, wordt een omgekeerd reëel beeld gevormd in het beeldbrandvlak van de objectieflens.
Dit beeldbrandvlak is teven het voorwerpsbrandvlak achter het negatieve oculair, zodat de stralen na het oculair gepasseerd te zijn, weer evenwijdig uittreden (zie fig. 45,4). Alle kijkers, die we in deze les besproken hebben, worden op oneindig ingesteld, d.w.z. de stralen treden evenwijdig uit, dus het oog behoeft niet geaccommodeerd te worden.

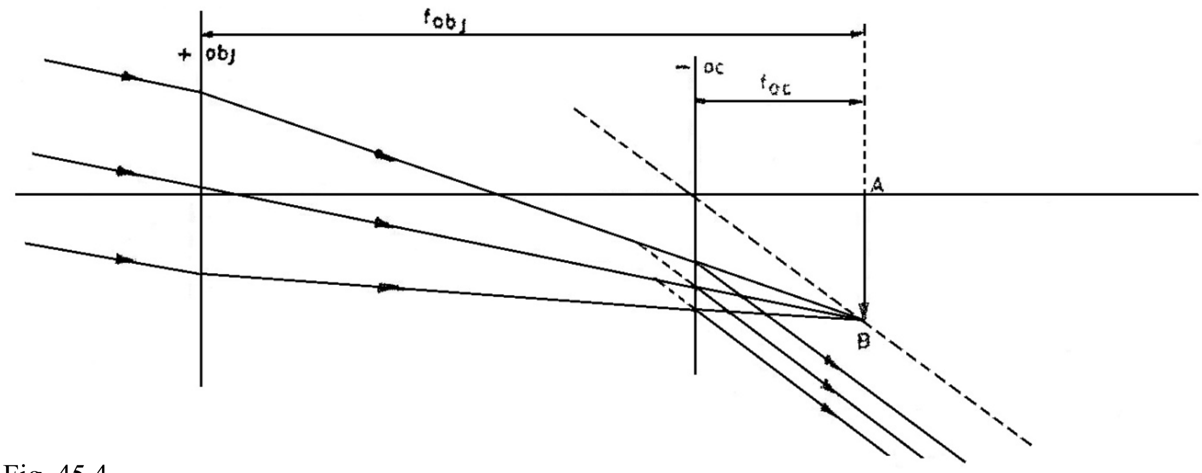


Fig. 45,4.

Oplossingen inzenden van de opgaven 302 t/m 303.

HILVERSUM

46,1. Licht als golfverschijnsel

Evenals bij het geluid, dat een golfverschijnsel van de een of andere middenstof is, geldt ook voor het licht $c = \lambda f$. Hierin is $c = 3.10^8\ m/sec$ de voortplantingssnelheid van het licht in vacuüm. f is de frequentie van het licht. De verschillende lichtsoorten verschillen alleen in kleur, terwijl de voortplantingssnelheid constant is.

De brekingsindex verandert met de kleur van het licht. Licht van een en dezelfde golflengte heet monochromatisch licht.

Wordt een punt getroffen door verschillende golfbewegingen, dan kan interferentie optreden. We zullen hier niet verder op ingaan.

46,2. Polarisatie van het licht

Valt het licht op een spiegel onder een bepaalde invalshoek, dan kan het licht een eigenschap vertonen, die het bij een willekeurige andere invalshoek niet vertoont. Het licht wordt onder die bepaalde invalshoek namelijk niet teruggekaatst.

Dergelijk licht heet gepolariseerd licht, de hoek waaronder het op de spiegel valt, heet de polarisatiehoek. De verklaring voor dit verschijnsel is te vinden door aan te nemen dat het licht zich voortplant door transversale trillingen. Bij het licht staan alle trillingen loodrecht op de voortplantingsrichting die in gelijke mate kunnen voorkomen.

Een trilling kan men altijd ontbonden denken in twee onderling loodrechte componenten. Treedt bijvoorbeeld nu een lichtstraal bij het grensvlak van een glasplaat AB binnen (zie fig. 46,1).

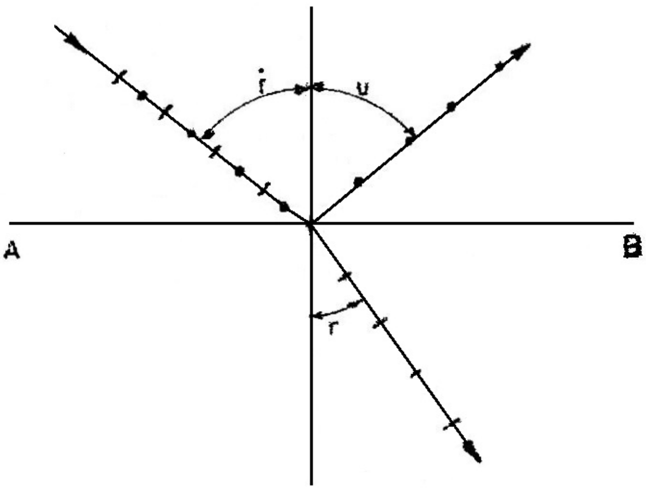


Fig. 46,1.

We ontbinden nu het invallende licht in een component in het invalsvlak (dus in het vlak van tekening) en in een component loodrecht op het invalsvlak.

De componenten in het invalsvlak geven we aan door middel van streepjes loodrecht op de lichtstraal en de componenten loodrecht op het invalsvlak door stippen.

Is nu een van de componenten evenwijdig aan het invalsvlak, dan wordt deze component niet teruggekaatst.

Het gereflecteerde licht bevat nu alleen trillingen loodrecht op het invalsvlak en is dus gepolariseerd. Voor de grootte van de polarisatiehoek is aangetoond, dat als i de hoek van polarisatie is, geldt:

$$\tan i = n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

We hebben geleerd voor de breking van een straal, dat:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Uit (1) volgt: $\frac{\sin i}{\sin r} = n$, dus: $\frac{\sin i}{n} = \cos i$.

Uit (20) volgt: $\frac{\sin i}{n} = \sin r$, zodat: $\cos i = \sin r$.

Voor $\cos i$ kunnen we schrijven: $\sin(90 - i)$ zodat: $\sin(90 - i) = \sin r$.

Hieruit volgt: $90 - i = r$ of $i + r = 90°$, daar $\angle i = \angle u$ geldt ook $u + r = 90°$.

We vinden dus: dat bij polarisatie de teruggekaatste- en de gebroken lichtstraal loodrecht op elkaar staan.

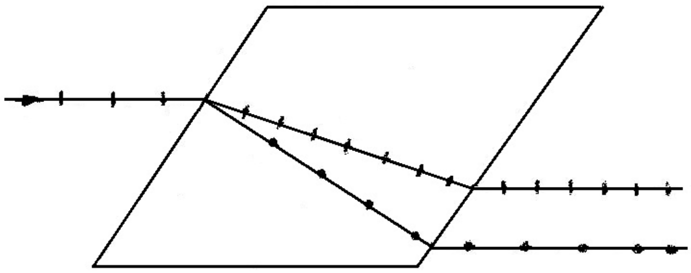


Fig. 46,2.

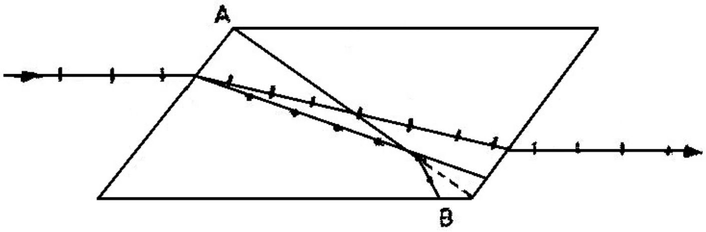


Fig. 46,3.

Sommige kristallen (bv. kalkspaat) vertonen de eigenschap, dat een lichtstraal dubbel gebroken wordt.

De beide stralen die uittreden, zijn gepolariseerd (fig. 46,2). Ter verkrijging van enkel gepolariseerd licht gebruikt men het prisma van Nicol (kalkspaat).

Het kristal is lang t.o.v. de doorsnede en wordt volgens het diagonaalvlak *AB* doorgezaagd en weer aan elkaar geplakt met zg. "Canadabalsem".
Dit heeft tot gevolg dat een der gebroken stralen wordt teruggekaatst (fig. 46,3).

Er bestaan glas-plaatjes, die met een dun laagje fijne kristalletjes bedekt zijn, zg. polaroidplaatjes. Wanneer men een bundel evenwijdig licht loodrecht door het plaatje laat gaan bemerkt men niets bijzonders. Plaatst men twee van dergelijk plaatjes op enige afstand achter elkaar en men draait het achterste plaatje met de voortplantingsrichting van het licht als denkbeeldige as rond, dan blijkt, dat het doorgelaten licht tweemaal maximaal en tweemaal nul wordt.
Als de intensiteit van het licht nul wordt, zegt men, dat de plaatjes in gekruiste stand staan.
Is de intensiteit maximaal, dan staan de plaatjes evenwijdig. Daar het licht dus trillingen heeft, die alle loodrecht op de voortplantingsrichting staan, laat het polaroidplaatje alleen die richting door, die in een bepaald vlak ligt.

Het licht, dat het plaatje gepasseerd is, bevat dus niet langer trillingen in alle mogelijke richtingen, doch slechts trillingen in een bepaald vlak (dus gepolariseerd licht). Het licht dat niet gepolariseerd is, dus waarvan de trillingen nog in alle richtingen plaatsvinden, heet natuurlijk licht.

Het tweede plaatje doet hetzelfde als het eerste plaatje. Staan de plaatjes dus evenwijdig, dan wordt het door het eerste plaatje doorgelaten licht eveneens doorgelaten. Bij draaiing over 90° wordt nu het gepolariseerde licht geheel afgesneden. In de tussengelegen standen neemt de intensiteit bij draaiing van het plaatje van de evenwijdige tot loodrechte stand af van maximum tot nul.

Oplossingen inzenden van de opgaven 304 t/m 305.

Elektriciteit

47,1. Inleiding

In de elektriciteitsleer zullen we vele begrippen, die we in de theoretische elektriciteitsleer hebben leren kennen, verdiepen en uitbreiden. Dit was in de aanvang van de cursus niet mogelijk, daar we toen nog niet de beschikking hadden over de benodigde wiskunde. Vele onderwerpen zullen dan ook niet goed tot het begrip van de cursist zijn doorgedrongen. We wijzen er nog op dat over deze materie vele vragen op het mondelinge examen gesteld worden.

47,2. Het elektrostatische veld

De aanwezigheid van een elektrische lading doet zich in de omgeving van de lading gevoelen. Men kan dit waarnemen, doordat kleine geladen lichamen krachten ondervinden, als zij in deze ruimte worden geplaatst.

Het gebied waarin de aanwezigheid van de lading zich doet gevoelen, noemt men het elektrisch veld. Verandert het elektrische veld niet met de tijd, dan spreken we van een elektrostatisch veld.

We kunnen een lichaam elektrisch laden door bv. elektronen aan het lichaam te onttrekken of eraan toe te voegen. Heeft een lichaam een overmaat aan elektronen dan is het lichaam negatief geladen. heeft het lichaam een tekort aan elektronen dan is het positief geladen.

Het onttrekken van elektronen kan bv. geschieden door het lichaam in contact te brengen met een lichaam met lagere diëlectrische constante.

Bij contact van twee lichamen met verschillende diëlectrische constante laadt het lichaam met de grootste diëlectrische constante zich positief op (m.a.w. het staat elektronen af).

Bij contact van een metaal met een isolator bv. staat het metaal elektronen af aan de isolator en wordt positief geladen

Om dit te kunnen verklaren zullen we eerst de bouw der elementen bekijken.
Door Rutherford is een theorie opgesteld, omtrent de bouw van het atoom.
Volgens deze theorie bestaat een atoom uit een positief geladen kern, omringd door negatief geladen deeltjes, de elektronen, die zich in ellipsvormige banen om deze kern heen bewegen.

De kern is zeer klein, doch vergeleken bij de afmetingen der elektronen groot te noemen.
Daar de elektronen een zeer geringe massa hebben, zegt men dat de kern praktisch de gehele massa van het atoom vertegenwoordigt.
De elektronen bewegen zich om de kern zoals planeten zich om de zon bewegen.

Daar een atoom neutraal is, is de totale lading van de elektronen die bij een atoom behoren even groot als de lading van de kern.

Het eenvoudigste atoom dat wij kennen, is het waterstof atoom. Dit atoom bevat één elektron. De kern van het waterstofatoom proton geheten, heeft de kleinste positieve lading, nl. even groot als de lading van een elektron.

Voor de straal van de waterstofkern heeft men een waarde gevonden van ongeveer ½ $.10^{-15}\ m.$
De gehele ruimte van een atoom wordt slechts voor een zeer klein deel ingenomen door materie, verreweg het grootste deel van het atoom bestaat uit ledige ruimte.
De natuurkundige Niels Bohr heeft betreffende de bouw van het atoom de volgende regels gegeven:

1. De elektronen kunnen niet iedere willekeurige baan om de kern beschrijven.
2. in elke baan bezit het elektron een bepaalde hoeveelheid energie. Hoe dichter een elektron een baan beschrijft rondom de kern, des te minder energie bezit dit elektron.
3. Bij een willekeurig atoom zijn enkele banen die de elektronen beschrijven, cirkels, andere banen zijn ellipsen. De atoomkern bevindt zich dan in het brandpunt van de ellips.

Uit onderzoekingen is gebleken dat de elementen in een reeks geplaatst kunnen worden, ieder met een bepaald rangnummer, zo, dat deze nummers met één opklimmen. Dit nummer geeft de lading van de kern aan, zodat dus een rangschikking naar de lading der kern verkregen is. Deze kernlading geeft, daar het atoom neutraal is, bovendien het aantal elektronen aan, die bij het atoom behoren. Het aantal elektronen van elk atoom is dus bekend.
Het blijkt nu dat de elektronen zich op verschillende afstanden van de kern bewegen. In het elektronen "omhulsel" onderscheiden we nu verschillende <u>elektronen schillen</u>.

De binnenste schil heet de K "schil" de volgende de L "schil", de daaropvolgende de M "schil" enz. De eerste schil dus de K-schil kan 2 elektronen bevatten. Bij het waterstofatoom beweegt zich dus 1 elektron in deze schil, het atoom dat twee elektronen bezit heet Helium. Bij het helium-atoom bewegen zich dus twee elektronen in de K-schil.
Het Lithiumatoom bezit 3 elektronen, 2 elektronen in de K-schil, 1 in de L-schil. De L-schil kan 1 tot 8 elektronen bevatten. Bij elk volgend element wordt een nieuw elektron in de tweede schil opgenomen.
De derde schil, de M-schil bevat 18 elektronen, de N-schil 32 elektronen, de O-schil 18, de P-schil 8, de Q-schil is nog niet geheel bekend.

Bij onderzoekingen is gebleken dat de kern van een element is opgebouwd uit zoveel protonen, als de kernlading aangeeft, plus een aantal ongeladen deeltjes, <u>neutronen</u> genoemd.
Door de protonen en de neutronen wordt gezamenlijk het atoomgewicht gevormd.
Einstein heeft men zijn beroemde relativiteitstheorie aangetoond dat evenals warmte en licht ook <u>massa</u> <u>een vorm van energie is</u>. De betrekking van Einstein voor massa en energie is vastgelegd in de formule:

$$A = mc^2$$

A is de hoeveelheid energie, die ontstaat bij het verdwijnen van een massa m. c is de lichtsnelheid. (Hierin is A uitgedrukt in Joules; m is kg en c is m/sec.)

Uit deze theorie volgt, dat wanneer de energie van een elektron toeneemt (bv. de bewegings-energie of kinetische energie genaamd) ook de massa van het elektron groter zal worden.
Dit blijkt uit de volgende formule:

$$m = \frac{mo}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Hierin is mo de zg. rustmassa van het elektron, d.w.z. de massa bij snelheid $v = 0$; dan is $m = mc$.
Neemt v toe, dan wordt de noemer van de breuk kleiner, dus m wordt groter.
Als $v = c$ (de lichtsnelheid), dan is $\frac{v^2}{c^2} = 1$, dus de noemer wordt nul, m is dan oneindig groot.

Oplossingen inzenden van de opgaven 306 t/m 310.

48,1. Het elektrostatische veld (vervolg)

De elektronen zijn dus de dragers van elementaire eenheden van negatieve elektriciteit. Het zijn deeltjes met een massa van $9{,}11.10^{-31}$ kg. De grootte van de lading is $1{,}602.10^{-19}$ Coulomb .

Bij een geleider van metaal is een aantal elektronen min of meer vrij beweeglijk binnen de geleider, zodat zij zich van de omgeving van het ene atoom naar de omgeving van het andere atoom kunnen bewegen. De positieve atoomkernen met de vaster aan hen gebonden elektronen zijn aan bepaalde evenwichtsstanden gebonden, waaromheen zij trillingen uitvoeren.

Bij een isolator is een beweging van de elektronen van het ene atoom naar het andere niet goed mogelijk. Wel kunnen bij een isolator ten gevolge van uitwendige oorzaken kleine verschuivingen der negatieve en positieve ladingen binnen het atoom ontstaan. Dit verschijnsel heet polarisatie (hier komen wij later nog op terug). De elektronen bij een geleider die zich vrij door het metaal bewegen, heten vrije elektronen.

Het zijn dus de vrije elektronen die in een geleider de elektrische stroom bepalen. Een spanningsbron heeft dus geen andere taak dan om deze vrije elektronen in de geleider als het ware rond te pompen.

Uit bovenstaand betoog zal het nu duidelijk zijn dat bij contact van twee lichamen met verschillende diëlectrische constante, dus met een verschillend aantal elektronen per atoom, het lichaam met de meeste elektronen afstoot, dus positief opgeladen wordt.

Een tweede manier om elektronen aan een lichaam te onttrekken is, door het ongeladen lichaam in contact te brengen met een voldoende positief geladen lichaam. Een derde manier vinden we door het lichaam te bestralen men kortgolvig licht (bv. ultraviolet licht of röntgenstralen). Hierbij zendt het lichaam elektronen uit en wordt dus positief geladen.
Men noemt dit het foto-elektrisch effect.

Indien een neutraal atoom een of meerdere elektronen verliest, is deze atoomrest positief geladen. Zo'n atoomrest heet een positief ion. Heeft een atoom een of meer elektronen te veel, dan noemen we dit een negatief ion.

48,2. De wet van Coulomb

Deze wet luidt: Twee gelijksoortige geladen lichamen stoten elkaar af, of twee ongelijksoortige geladen lichamen trekken elkaar aan met een kracht, die recht evenredig is met het product der ladingen en omgekeerd evenredig met de afstand tussen de lichamen in het kwadraat.

In formulevorm: $K = f\frac{Q_1Q_2}{r^2}$
K in Newton, Q in Coulomb, r in meter.
De evenredigheidsfactor $f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9$ zodat geldt:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q_1Q_2}{r^2} = 9.10^9\,\frac{Q_1Q_2}{r^2}$$

Bij een geladen geleider bevindt zich de lading aan het oppervlak.
Dit volgt direct uit de wet van Coulomb.

Immers een geladen lichaam bevat bv. een teveel aan elektronen. Deze gelijknamig geladen lichamen stoten elkaar af en zullen dus zo ver mogelijk van elkaar af gaan. Bij een bol is de lading gelijkmatig over het oppervlak verdeeld. Is een lichaam niet bolvormig, dan zal de lading ook niet homogeen over het lichaam verdeeld zijn. Daar waar het oppervlak de sterkste kromming vertoont, is de lading het grootst. Heeft een geleider een scherpe kant of spits, dan zal zich daar de meeste lading (positief of negatief) ophopen.

48,3. De elektrische veldsterkte

Een lichaam met lading Q in een punt P van een elektrisch veld van een puntlading geplaatst, ondervindt volgens Coulomb een kracht recht evenredig met de grootte van de lading Q.
Deze kracht zal verder afhankelijk zijn van de sterkte van het veld. We voeren nu de grootheid elektrische veldsterkte E in die we als volgt definiëren.

<u>De elektrische veldsterkte in een punt van het veld is de kracht op de positieve eenheidslading in dat punt uitgeoefend.</u>

De positieve eenheidslading is een lading van $+1$ coulomb.
De elektrische veldsterkte is dus een grootheid met een richting en een grootte, dus een vector.

De veldsterkte in een punt P van het veld veroorzaakt door meerdere puntladingen is gelijk aan de vectoriële som (dus de resultante) van de veldsterkten die de verschillende puntladingen afzonderlijk in P zouden veroorzaken. Bevindt zich nu in een punt in een elektrisch veld niet de positieve eenheidslading doch de lading Q Coulomb, dan is de kracht op die lading uitgeoefend $Q \times$ de veldsterkte in dat punt.
Deze kracht heet de <u>Coulombkracht</u> uitgedrukt in Newton. In formulevorm:

$$K = QE$$

48,4. Krachtlijnen

Voor de voorstelling van het elektrische veld maken we gebruik van zogenaamde krachtlijnen. Hieronder verstaan wij krommen, waarvan de raaklijn in ieder punt van de kromme de richting van de veldsterkte in dat punt aangeeft. De positieve richting van de krachtlijn is die richting, die overeen komt met de richting van de veldsterkte.

We kunnen de elektrische krachtlijn ook als volgt definiëren:
Een elektrische krachtlijn is de denkbeeldige baan die een positieve eenheidslading zou afleggen onder invloed van het elektrische veld.

Hierdoor is de richting van de elektrische krachtlijn vastgelegd.
Een elektrische krachtlijn treedt uit een positief geladen lichaam en treedt bij een negatief geladen lichaam weer binnen.

Oplossingen inzenden van de opgaven 311 t/m 315.

49,1. Krachtlijnen (vervolg)

In fig. 49,1 is een positieve en een negatieve lading getekend. In een willekeurig punt P bevindt zich een positieve eenheidslading. De resulterende veldsterkte t.g.v. de beide ladingen vinden we door de vectoriële som der beide veldsterkten te nemen. De afstand AP is r_1 en de afstand PB is r_2.

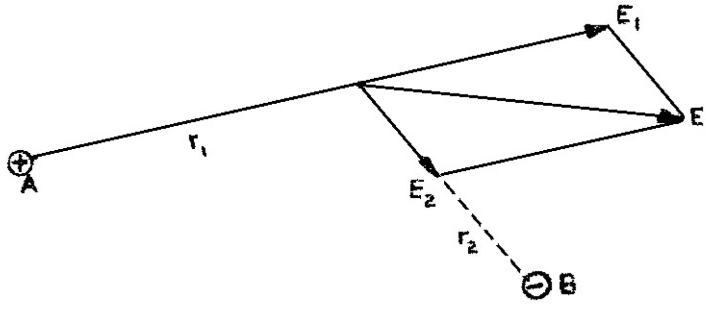


Fig. 49,1.

De bolletjes bij A en B beschouwen we als puntladingen. Nu is:

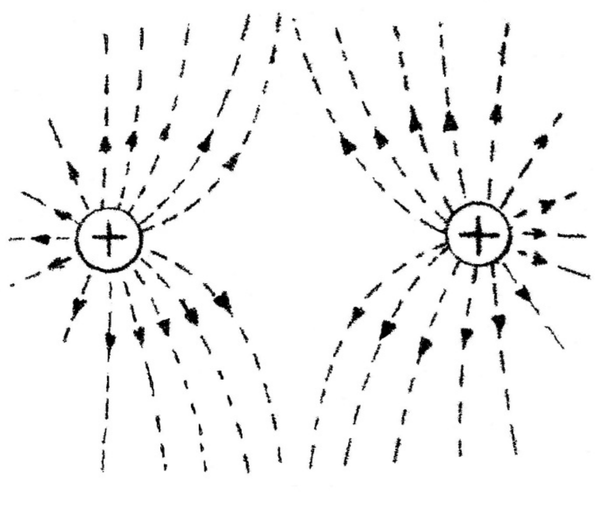
$E_1 = 9.10^9 \frac{Q_A}{{r_1}^2}$ en

$E_2 = 9.10^9 \frac{Q_B}{{r_2}^2}$.

De resulterende veldsterkte E is nu te berekenen. Zij is gericht volgens de raaklijn in het punt P aan de krachtlijn die door P gaat.

We hebben nu gezien dat de krachtlijnen uit een positief geladen lichaam treden en bij een negatief geladen lichaam weer binnenkomen.

Hieromtrent is nog het volgende op te merken:
Beschouwen we een bolvormig geladen lichaam dan treden de krachtlijnen symmetrisch over de bol verdeeld uit. De krachtlijnen treden loodrecht op het oppervlak uit. Indien we dus de krachtlijnen verlengen in de bol (waar ze echter niet aanwezig zijn) dan gaan ze alle door het middelpunt.
De krachtlijnen treden dus uit volgens de richting van de straal, die ook wel radius genoemd wordt.
We zeggen dat de krachtlijnen radiaal symmetrisch uitreden uit een positief geladen bolvormig lichaam en radiaal symmetrisch binnentreden bij een negatief geladen bolvormig lichaam.
In fig. 49,2 zijn enige krachtlijnen velden getekend.

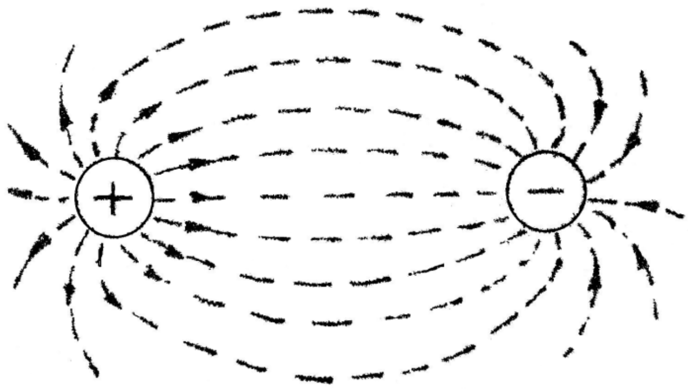


a.

fig. 49,2a.

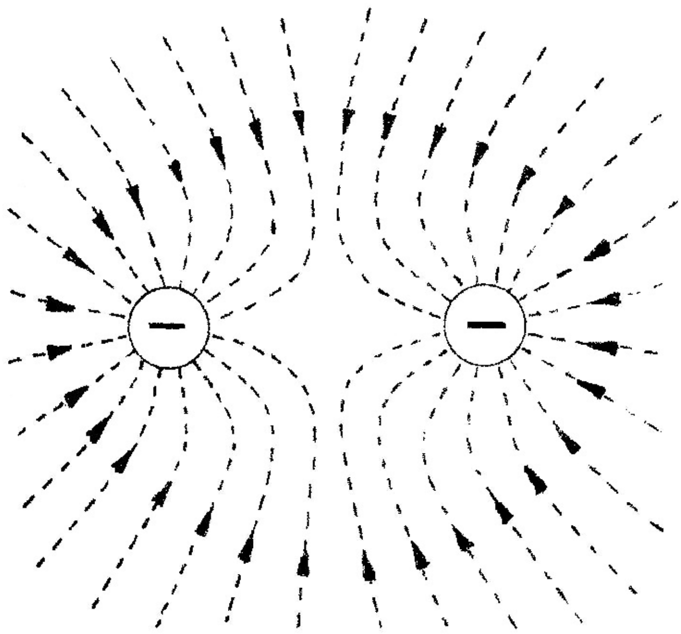
49,2. De elektrische krachtstroom

Er bestaat tussen het beeld van de vloeistofstroming en het beeld van de elektrische velden een grote overeenkomst.
Denken we ons een positief geladen lichaam dan treden er uit dit lichaam de denkbeeldige krachtlijnen. We veronderstellen nu dat uit een lading evenveel krachtlijnen treden als de lading groot is.



b.

Fig. 49,2b.



c.

Fig. 49,2c

We noemen nu de hoeveelheid uittredende krachtlijnen de <u>elektrische krachtstroom Φ.</u> (spreek uit de elektrische krachtstroom <u>flux</u>).
Hieruit volgt dat:

$$Q = \Phi$$

Welk gesloten oppervlak er nu ook om een positief geladen lichaam gedacht wordt, steeds gaat er een even grote krachtstroom doorheen (m.a.w. steeds gaan er evenveel krachtlijnen door dit oppervlak).

Dit geldt natuurlijk eveneens omgekeerd voor een negatief geladen lichaam.
Omsluit een gesloten oppervlak geen lading, dan zal er dus ook geen krachstroom doorgaan. Algemeen geldt:
<u>De elektrische flux door een gesloten oppervlak is gelijk aan de som van de omsloten lading.</u>
Dus:

$$\Phi = \Sigma\, Q.$$

Het teken Σ (spreek uit sigma) is het sommatieteken. Hiermee bedoelen we de algebraïsche som, dus met inachtname der tekens. Immers bij positieve ladingen treden de krachtlijnen uit en bij negatieve ladingen binnen.

Hebben we bv. 4 ladingen nl. $Q_1 = 6$ Coulomb, $Q_2 = -4$ Coulomb, $Q_3 = -5$ Coulomb en $Q_4 = 12$ Coulomb, dan is $\Sigma Q = 6 - 4 - 5 + 12 = 9$ Coulomb.

Oplossingen inzenden van de opgaven 316 t/m 318.

De diëlectrische verschuiving

In fig. 50,1 is een positieve bolvormige lading Q getekend, omvat door bollen met verschillende stralen. Nu geldt voor deze bollen dat voor ieder de omvatte lading gelijk is, dus eveneens de elektrische flux die door ieder gaat.

Noemen we de bollen resp 1, 2 en 3 en de bijbehorende fluxen ψ_1, ψ_2 en ψ_3 dan geldt dat:

$$\psi_1 = \psi_2 = \psi_3.$$

We voeren nu een grootheid in, die de elektrische flux per oppervlakte aangeeft. Deze grootheid noemen we de:

diëlectrische verschuiving D

dus: $\boxed{D = \frac{\psi}{O}}$

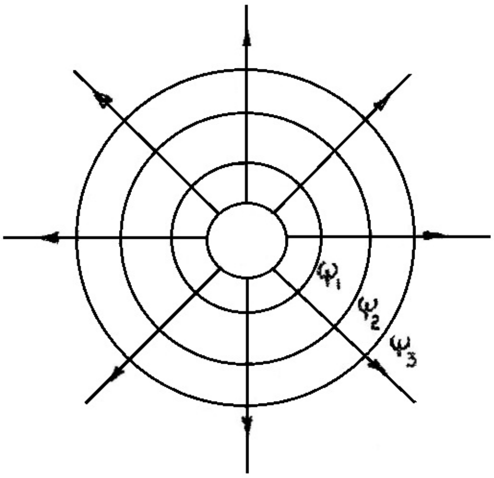


Fig. 50,1.

Zonder meer zien we duidelijk in met behulp van de formule $D = \frac{\psi}{O}$ dat $D_1 > D_2 > D_3$.
Daar $Q = \psi$ was, geldt dus ook:

$$\boxed{D = \frac{\psi}{O} = \frac{Q}{O}}$$

Hieruit volgt dat $D$is uitgedrukt in Coulomb $/m^2$.
Deze diëlectrische verschuiving D (op de naam komen we later nog terug) blijkt verder nog evenredig te zijn met de elektrische veldsterkte E. De evenredigheidsfactor is ε_0, zodat geldt:

$$\boxed{D = \varepsilon_0 E}$$

We kunnen dit als volgt bewijzen:
Volgens de wet van Coulomb was de kracht die twee ladingen op afstand r op elkaar uitoefenen gelijk aan:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

De veldsterkte is de kracht op de positieve eenheidslading zodat we kunnen zeggen:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Schrijven we dit als: $E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{4\pi r^2}$, dan is $4\pi r^2$ het oppervlak van een bol met straal r, dit oppervlak noemen we O, dan is: $E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{O}$ of:

$$\varepsilon_0 E = \frac{Q}{O}\text{. Daar } D = \frac{Q}{O} \text{ geldt dus:}$$

$$D = \varepsilon_0 E$$

Voorbeeld 1. Hoe groot is de veldsterkte rondom een geladen rechte draad?
Oplossing: We stellen de lading van de draad per eenheid van lengte Q.
Het veld rondom de geleider vertoont cilindersymmetrie. De krachtlijnen zullen denkbeeldige cilinders met de geleider als as snijden. De elektrische krachtstroom door het cilinderoppervlak op afstand r van de draad zal per eenheid van lengte gelijk zijn aan:

$$D = \frac{Q}{O} = \frac{Q}{2\pi r.1}\text{. Dus daar } D = \varepsilon_0 E \text{ dan is: } E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\pi r \varepsilon_0}.$$

Voorbeeld 2. Hoe groot is de kracht die twee evenwijdige dunne draden op een afstand r, waarvan de eerste per lengte-eenheid een lading Q_2 bevat, op elkaar uitoefenen?
Oplossing: Deze is met behulp van voorbeeld 1.

$$K = Q_2 E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_1}.$$

50,2. Potentiaal en potentiaalverschil

Onder de potentiaal in een punt P van het elektrische veld verstaan we de arbeid die nodig is om een positieve eenheidslading van een plaats waar de potentiaal nul gesteld is naar het punt P te brengen.

Voor de plaats waar de potentiaal nul gesteld is, wordt meestal het oneindige genomen.

Onder het potentiaalverschil tussen twee punten verstaan we de arbeid die nodig is om de positieve eenheidslading van het ene punt naar het andere punt te brengen.

In plaats van over het potentiaalverschil tussen twee punten spreken we meestal over spanning. De eenheid van potentiaal en van potentiaalverschil is Volt.

Brengen we niet een eenheidslading maar een lading van Q Coulomb over, dan is de arbeid die verricht moet worden Q maal zo groot. De dan verkregen arbeid is uitgedrukt in Joules dus:

$$A = Q \,.\, U$$

Q in Coulomb, U in Volt, A in Joules.

We hebben gezien dat de veldsterkte de kracht op de positieve eenheidslading was.
Op een lading van Q Coulomb was de Coulombkracht:

$$\underline{K = Q\,E}$$

Nu is volgens de mechanica de arbeid gelijk aan kracht maal weg. Verplaatsen we dus een lading Q over een afstand l, dan is de verrichte arbeid: $A = K\,l = Q.E.l$.
Deze arbeid is ook gelijk aan: $A = Q.U$ zodat:

$$Q.U = Q.E.l \quad \text{of:} \quad U = E\,.\,l$$

Voor de veldsterkte kunnen we dus schrijven: $E = \frac{U}{l}$; hieruit volgt dat de eenheid van veldsterkte Volt/meter is.

Oplossingen inzenden van de opgaven 319 t/m 320.

51,1. Het elektrostatisch gedrag van metalen

Wordt een metalen geleider in een elektrisch veld gebracht, dan zal door dat elektrische veld een kracht worden uitgeoefend op de elektronen in de geleider. Deze elektronen zullen zover zij vrij beweeglijk zijn, gaan bewegen. Er zullen zich oppervlakteladingen gaan vormen. Indien het veld t.o.v. de geleider een richting heeft van links naar rechts, ontstaat er een positieve oppervlakte aan de rechterzijde en een negatieve aan de linkerzijde van de geleider. Dit verplaatsen van ladingen in de geleider ten gevolge van een elektrisch veld noemt men influentie. De oppervlakteladingen heten influentieladingen.

Deze oppervlakteladingen zullen zich zo gaan instellen, dat de component van de veldsterkte langs het metaal steeds gelijk nul is. We kunnen ook zeggen dat de krachtlijnen loodrecht op het metaaloppervlak staan. Hieruit volgt dat het metaaloppervlak overal gelijke potentiaal heeft.
Een vlak dat overal dezelfde potentiaal bezit, heet een equipotentiaalvlak.

Indien het metaaloppervlak geen equipotentiaalvlak zou zijn, dan zouden de elektronen die in een metaal vrij beweeglijk zijn, zich onder de invloed van het veld zolang bewegen tot een equipotentiaalvlak is opgetreden. Het oppervlak is echter niet alleen een equipotentiaalvlak, doch het gehele materiaal moet dezelfde potentiaal hebben. Immers was dit niet het geval dan zouden in het materiaal weer stromen moeten optreden. Binnen in het metaal bestaat dus geen elektrische krachtstroom.

Ook een holle ruimte die geheel door een metalen omhulsel omsloten is en waarin zich geen ladingen bevinden, moet geheel en al dezelfde potentiaal hebben.

De ruimte is vrij van elektrische veldsterkten; het is dus een veldvrije ruimte.
De krachtlijnen gaan uit van positieve ladingen en treden binnen in negatieve ladingen; indien er in de ruimte geen ladingen zijn, zijn er dus ook geen krachtlijnen.

De ruimte binnen het metalen omhulsel is elektrostatisch afgeschermd.
Het blijkt zelfs dat het metalen omhulsel niet geheel gesloten behoeft te zijn; ook een kooi van gaas schermt uitwendige elektrische velden af. Zo'n metalen kooi staat bekend als de kooi van Faraday.

51,2. Geleiders

Zoals we reeds gezien hebben, zijn het bij metalen de vrije elektronen die zich bewegen als door de geleider een stroom vloeit. De historische ontwikkelingsgang heeft er toe geleid als positieve richting van de stroom de richting een te nemen die juist tegengesteld is aan de beweging der elektronen. Bij een geleider stelt zich nu een zodanige stationaire toestand in, dat door elke doorsnede een even grote stroom vloeit. Langs de draad treedt een zeker potentiaalverval op. In de asrichting van de geleider stelt zich een elektrisch veld in, zodat op de elektronen een kracht wordt uitgeoefend. Door deze kracht worden de elektronen versneld. Ten gevolge van de wisselwerking met de overige deeltjes van de geleider zullen echter ook energieverliezen optreden. Deze verliezen constateren we in de geleider als warmte-ontwikkeling. Zodra nu deze energieverliezen even groot geworden zijn als de energie die de elektronen verkrijgen door de krachten die er op werken, zal zich een stationaire toestand instellen, waarbij de elektronen een zekere snelheid gekregen hebben.

Iedere geleider bezit dus een zekere weerstand, zoals we in de lessen van de theoretische elektriciteitsleer reeds geleerd hebben, is de weerstand o.a. afhankelijk van de temperatuur.
Bij metalen neemt de weerstand met de temperatuur toe.

(Bij enige stoffen zoals kool, silicium en enkele andere stoffen neemt de weerstand bij temperatuur-stijging af). Naar lagere temperaturen gaande, neemt de weerstand sterk af. Bij temperaturen die het absolute nulpunt benaderen, wordt de weerstand zeer klein. Bij sommige metalen zoals lood, tin en zink wordt bij zeer lage temperatuur de weerstand plotseling onmeetbaar klein.
Men noemt dit verschijnsel suprageleiding.

De temperatuur waarbij de weerstand plotseling onmeetbaar klein wordt heet het sprongpunt.

51,3. Elektrische stroom en stroomdichtheid

Definitie: Onder een elektrische stroom I door een keten verstaan we de hoeveelheid lading die per seconde door een doorsnede stroomt.

In formulevorm geschreven wordt dit:

$$I = \frac{Q}{t}$$

$I =$ A mpere
$Q =$ Coulomb
$t =$ seconde

Uit de definitie volgt dat iedere verplaatsing van lading een elektrische stroom is. De positieve richting van deze stroom is gelijk aan de richting waarin de positieve lading verplaatst wordt. Hebben we dus een elektronenbeweging dan is de positieve richting van de stroom tegengesteld aan de bewegings-richting van de elektronen.

Uit bovenstaande formule volgt verder dat we de stroom op twee manieren kunnen vergroten door meer lading in eenzelfde tijdseenheid te verplaatsen of door eenzelfde hoeveelheid lading in een kortere tijd te verplaatsen.

Versnellen we dus een hoeveelheid lading die verplaatst moet worden door een geleider, dan is de stroom groter.

Een ander belangrijk begrip is het begrip stroomdichtheid.

Onder de stroomdichtheid verstaan we de hoeveelheid lading die door een doorsnede van een geleider stroomt, dus de stroom per oppervlakte-eenheid.
De stroomdichtheid wordt aangegeven met de letter s en is uitgedrukt is Ampère per vierkante meter.

In formulevorm geschreven wordt dit:

$$s = \frac{I}{O}$$

$I =$ Ampere
$O = m^2$
$s =$ Ampere$/m^2$

Van dit laatste maken we vooral gebruik indien we te maken hebben met niet homogene geleiders, d.w.z. geleiders die niet overal dezelfde samenstelling hebben of niet overal even dik zijn.

Doordat het materiaal waaruit de geleider bestaat verontreinigingen kan bevatten en daar indien een draad die bij het fabriceren “getrokken” wordt niet overal even dik is, zal er meestal geen homogene stroomverdeling in de geleider zijn.

Dit kan vooral bij een vereiste grote nauwkeurigheid afwijkingen geven in de berekeningen. Men zal dan liever gebruik maken van het begrip stroomdichtheid.

Oplossingen inzenden van de opgaven 321 t/m 324.

52,1. De weerstand van een geleider

De weerstand van een geleider wordt bepaald door de soort van de stof waaruit de geleider bestaat, verder door de lengte van de geleider en door de doorsnede van de geleider.
In formule vorm:

$$s = \rho \cdot \frac{l}{O}$$

R in ohms
l in meters
O *in* vierkante meter
ρ in ohm $\times$ meter

ρ heet de soortelijke of specifieke weerstand van de stof.

Het verband tussen de stroom door een geleider, de spanning die die stroom veroorzaakt en de weerstand van de geleider is vastgelegd in de Wet van Ohm die we reeds hebben leren kennen.

$$U = I \,.R$$

In plaats van over de weerstand van een geleider kunnen we echter ook praten over de geleiding van de geleider. De geleiding aangegeven door de letter G is het omgekeerde van de weerstand R en is uitgedrukt in Siemens zodat we de wet van Ohm ook kunnen schrijven als:

$$I = G \,.U$$

Hierin is:

$$U = \gamma \cdot \frac{O}{l}$$

γ is het soortelijk geleidingsvermogen, uitgedrukt in Siemens/meter

Vervangen we in de formule $I = G\,.U$ respectievelijk I door $s.O$; G door $\gamma = \frac{O}{l}$ en U door $E.l$ dan vinden we:

$$sO = \gamma.\frac{O}{l}\,.E.l \qquad \text{of:} \qquad s = \gamma E$$

Deze formule is bekend als de specifieke wet van Ohm, daar hij is uitgedrukt in de zogenaamde specifieke grootheden:
s de stroomdichtheid, γ de soortelijke geleiding en E de veldsterkte.

52,2. Arbeid en vermogen

Vermogen is de arbeid per tijdseenheid, dus arbeid is vemogen maal tijd

In de mechanica hebben we geleerd:

$$Arbeid = kracht \times weg$$

Waarin de kracht is uitgedrukt in Newton, de weg in meters en de arbeid in Newtonmeters of Joules.

Indien we een lading van Q Coulomb verplaatsen over een bepaalde afstand, bv. door een geleider, dan verrichten we een bepaalde hoeveelheid arbeid. In les 48 punt 48,3 hebben we geleerd dat we hiervoor een kracht moeten uitoefenen die gelijk is aan $Q\,.E$.
(Q is de lading, E de veldsterkte) zodat, indien we de afgelegde weg l noemen, de arbeid die we verrichten, gevonden wordt als:

$$A = K\,.l = QE\,.l = QU$$

daar $E\,.\,l = U$ het potentiaalverschil tussen de punten van de geleider is, waartussen we de lading Q verplaatst hebben. Verder is $Q = I.t$ zodat we voor de verrichte arbeid vinden:

$$A = I\,.\,U\,.t \qquad \begin{aligned} I &= \text{Ampere} \\ U &= \text{Volt} \\ t &= \text{seconde} \\ A &= \text{Joule} \end{aligned}$$

Daar het vermogen P gelijk is aan de arbeid per tijdseenheid vinden we voor het vermogen:

$$P = \frac{A}{t} = I\,.U$$

In de mechanica leerden we dat de arbeid gegeven door de formule $A = K\,.\,s$ alleen opging als de kracht en afgelegde weg dezelfde richting hadden.
Is dit niet het geval en maken de kracht en de wegrichting een hoek φ met elkaar dan was de arbeid gegeven door de formule $A = K\,.\,s\ \cos\varphi$. Dit geldt ook indien de stroom en de spanning niet dezelfde richting hebben. Dus als stroom en spanning niet in fase zijn:

Zijn de stroom en de spanning over een hoek φ uit fase dan geldt:

$$P = I\,.U.\cos\varphi$$

Zoals we in de lessen van de wisselstroomtheorie reeds hebben gezien zijn meestal stroom en spanning niet in fase. We weten dat zodra er in een schakeling behalve weerstanden, condensatoren en spoelen voorkomen, meestal stroom en spanning niet meer in fase zijn. Noemen we de impedantie van de keten Z dan schrijven we de wet van Ohm als $U = I\,.Z$. Voor het opgenomen vermogen vonden we:

$$P = U\,.\,I\,.\cos\varphi$$

Hierin is: $\cos\varphi = \dfrac{\text{Reële deel van de impedantie}}{\text{Absolute waarde van de impedantie}}$

$U\ en\ I$ zijn de effectieve waarden, stellen we het reële deel van de complexe impedantie voor door Re en de absolute waarde door $|\bar{Z}|$ dan schrijven we $\cos\varphi$ korter op als $\cos\ \frac{Re}{|\bar{Z}|}$.

Hiermee kunnen we het opgenomen vermogen ook schrijven als volgt:

$P = U_{eff}\ I_{eff}\ \cos\varphi = U_{eff}\ I_{eff}\ \frac{Re}{|\bar{Z}|}$ daar $U_{eff} = I_{eff}\ |\bar{Z}|$ geldt:

$P = I_{eff^2}\,.\,|\bar{Z}|\,.\frac{Re}{|\bar{Z}|} = I_{eff^2}\,.\ Re.$ of door I_{eff} te vervangen door $\frac{U_{eff}}{|\bar{Z}|}$ vinden we:

$P = U_{eff}\,.I_{eff}\,.\cos\varphi = \frac{U_{eff^2}}{|\bar{Z}|}\,.\ \frac{Re}{|\bar{Z}|} = U_{eff^2}.\ \frac{Re}{|\bar{Z}|^2}.$

Samenvattend vinden we dus: $P = I_{eff}\,.U_{eff}.\cos\varphi = I_{eff^2}.\ Re = U_{eff^2}.\frac{Re}{|\bar{Z}|^2}$

Daar $I_{eff} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ \hat{I}$ en $U_{eff} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\ \hat{U}$ kunnen we ook schrijven:

$$P = \frac{1}{2}\,\hat{I}\,\hat{U}\ \cos\varphi = \frac{1}{2}\,\hat{I}^2\,Re = \frac{1}{2}\,\hat{U}^2\ \frac{Re}{|\bar{Z}|^2}$$

Oplossingen inzenden van de opgaven 325 t/m 328.

53,1. De condensator

Een condensator bestaat uit twee geleiders gescheiden door een niet geleider.
Een condensator bezit capaciteit, d.w.z. het vermogen een lading te bevatten.

Onder de capaciteit van twee geleiders, waarvan alle krachtlijnen die op de ene geleider ontspringen op de andere geleider eindigen, verstaat men het quotiënt van de lading en de spanning.

Typ hier uw vergelijking. $C = \frac{Q}{U}$ Q in Coulomb, U in Volt, C in Farad

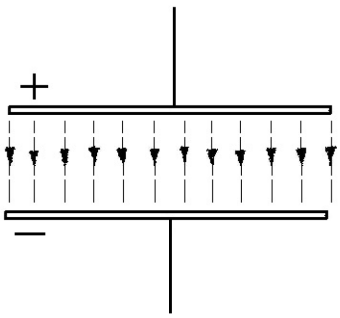


Fig. 53,1.

In fig. 53,1 is een condensator getekend met de krachtlijnen. Eigenlijk spreiden de krachtlijnen aan de zijkanten de condensator.
We zullen echter de problemen bij de condensator ideaal behandelen, waarbij we afzien van de zg. randspreiding.
We veronderstellen de condensator geladen tot een lading Q, d.w.z. de bovenste plaat in fig. 53,1 bezit een lading $+Q$ en de onderste plaat een lading van $-Q$. De krachtlijnen gaan zoals we hebben van $+Q\ naar - Q$.
We veronderstellen vacuüm tussen de platen. Uit de lading $+Q$ treedt de elektrische flux ψ die bij de negatief geladen plaat binnentreedt.

Indien we afzien van de randspreiding zal bij iedere doorsnede, genomen loodrecht op de krachtlijnen, de door die doorsnede gaande flux steeds even groot zijn. De flux per oppervlakte is dus overal even groot. Deze flux per eenheid van oppervlakte hebben we D genoemd; de diëlectrische verschuivingsstroom, zodat:

$$D = \frac{\psi}{O} = \frac{Q}{U} \text{ constant is:}$$

De veldsterkte tussen de platen is $E = \frac{U}{l}$, waarbij l de afstand tussen de platen is. Daar tevens $D = \varepsilon_0 \,.\, E$ (zie les 50,1) en daar D evenals ε_0 constant is moet de veldsterkte tussen de platen overal even groot zijn. Uit de formule:

$E = \frac{U}{l}$ volgt dan als E constant is dat de verhouding $\frac{U}{l}$ constant moet zijn.

Veronderstellen we dat de positieve plaats een potentiaal nul heeft, terwijl l daar eveneens gelijk aan nul is, dan is: $\frac{O}{O} = \text{onbepaald} = E$.
De spanning neemt nu lineair met de afstand tussen de platen toe. Zetten we het potentiaalverschil als functie van de afstand tussen de platen af, dan vinden we een rechte lijn (zie fig. 53,2).
De spanning op de condensator is U_c genoemd in fig. 53,2.
We hebben nu de volgende betrekkingen:

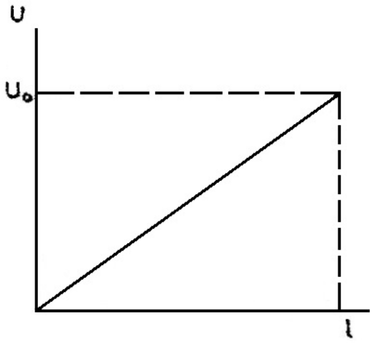


Fig. 53,2.

$C = \frac{Q}{U}$ $Q = D.O$ en $U = E.l.$

Vullen we deze laatste twee formules in de eerste in dan vinden we met $D = \varepsilon_0 . E$ de formule:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{DO}{E.l} = \frac{\varepsilon_0 E O}{E.l} = \frac{\varepsilon_0 O}{l}.$$

Hieruit volgt: de capaciteit van een condensator is evenredig met de oppervlakte van de platen en omgekeerd evenredig met de afstand tussen de platen. De evenredigheidsfactor is ε_0. Daar C is uitgedrukt in Farad, O in m^2 en l in m is:

$\varepsilon_0 = \frac{Cl}{O}$ uitgedrukt in Farad per meter. We vinden dus:

$$C = \varepsilon_0 . \frac{O}{l}$$

C in Farad
l in meters
O in m^2
ε_0 in Farad/meter

ε_0 heet de diëlectrische constante, daar het een evenredigheidsfactor is, bezit het een dimensie. Deze is dus Farad per meter.

$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \approx 8{,}854.10^{-12}\frac{F}{m}$. Hierin is c de lichtsnelheid in vacuüm in $m/$sec.

Uit bovenstaande formule blijkt dat we de capaciteit van een condensator kunnen vergroten door het oppervlak van de platen te vergroten en de afstand tussen de platen te verkleinen. Hiervan is o.a. gebruik gemaakt bij de elektrolytische condensator om een hoge capaciteit te krijgen.

53,2. De elektrische energie van een condensator

De elektrische energie die bij het laden van de condensator wordt toegevoerd is niet verloren. Ze kan bij het ontladen weer gewonnen worden. Laden we een condensator met een constante stroom op, dan zal de spanning als functie van de tijd lineair toenemen. Nadat de laadtijd verstreken is, heeft de condensator een lading Q gekregen, die we toegevoerd kunnen denken door de bovengenoemde stroom en de gemiddelde waarde van de spanning die na lading op de condensator aanwezig is.
De aan de condensator toegevoerde energie is nu dus $A = ½\, U \times Q$ Joules.
Met behulp van de formule $Q = C \times U$ wordt dit:

$$A = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Overzicht van de gevonden formules voor de vacuümcondensator:

Hoofdwet:	$Q = C\,U$	Q de lading in Coulomb U de spanning in Volt C de capaciteit in Farad
	$D = \frac{\psi}{O} = \frac{Q}{O}$	O de oppervlakte in vierkante meter
	$E = \frac{U}{l}$	D de diëlectrische verschuivingsstroom in Coulomb$/m^2$ l de afstand tussen de platen in meters
	$D = \varepsilon_0\, E$	E de veldsterkte in Volt/meter
$A = ½\, QU = ½\, CU^2 = ½\frac{Q^2}{C}$		A de arbeid in Joule of Wattseconde

Oplossingen inzenden van de opgaven 329 t/m 332.

54,1. De condensator met diëlectricum tussen de platen

Het diëlectricum tussen de platen van de condensator is een isolerende stof en bezit dus geen vrije elektronen. De elektronen die zich in de isolator bevinden, zijn gebonden aan de kern van het atoom, waarbij zij behoren. Brengen we nu een lading op de platen van een condensator met diëlectricum dan zullen de elektronen van ieder atoom van het diëlectricum verschuiven t.o.v. de kern. Zij blijven echter in de aantrekkingssfeer van het atoom en treden dus niet uit.

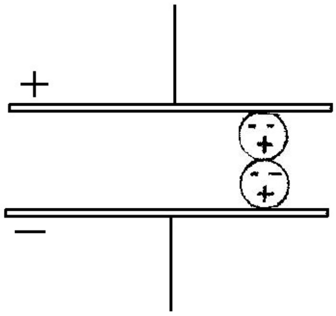


Fig. 54,1.

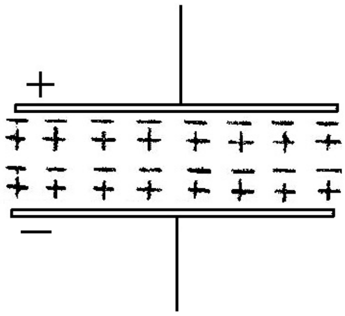


Fig. 54,2.

In figuur 54,1 hebben we een atoom als een bolletje voorgesteld. De elektronen in de kern zijn in de atomen verschoven. Dit verschijnsel heet polarisatie.

We wijzen er uitdrukkelijk op dat de elektronen zich niet door het materiaal verplaatsen; zij blijven bij het atoom waartoe zij behoren. Het atoom blijft dus neutraal.
De verschuiving van de elektronen geschiedt over een kleine afstand binnen de aantrekkingssfeer (ook wel attractiesfeer genoemd) van de atoomkern. Een gepolariseerd atoom vormt een dipool. Dit zijn deeltjes waarvan een zijde een overmaat aan positieve en aan de andere zijde een overmaat aan negatieve lading bezit.

In fig. 54,2 hebben we een condensator met gepolariseerd diëlectricum schematisch getekend. We zien dus dat in het diëlectricum een verschuiving van lading optreedt.
Daar we een elektrische stroom hebben gedefinieerd als een verplaatsen van lading ontstaat er dus tijdens de polarisatie eveneens een elektrische stroom. Indien het materiaal gepolariseerd is, houdt deze stroom dus op te bestaan.

Dit verschuiven van de elektronen en de kernen t.o.v. elkaar heeft de naam gekregen van diëlectrische verschuivingsstroom en wordt aangegeven met de letter D. Deze naam is historisch ontstaan. We hebben echter in de voorgaande lessen gezien dat D een geheel andere betekenis is toegekend en wel de doorgestuurde hoeveelheid flux per oppervlakte.

De naam voor D als diëlectrische verschuivingsstroom is echter gehandhaafd.

We gaan nu een condensator met vacuüm tussen de platen vergelijken met een condensator met diëlectricum tussen de platen. We veronderstellen de afstand tussen de platen en het oppervlak van de platen bij beide condensatoren hetzelfde. Verder veronderstellen we dat beide condensatoren dezelfde lading bezitten.

Indien dit het geval is, dan geldt voor beide dat $D = \frac{Q}{O}$ hetzelfde is.

Dus $D_{vac} = D_{diël}$. Bij de vacuümcondensator is de veldsterkte $E = \frac{U}{l}$.

Wat gebeurt er nu bij de condensator met diëlectricum?

In fig. 54,2 zien we dat het gepolariseerde diëlectricum een veld veroorzaakt tegengesteld aan het veld dat door de condensator was uitgezet.

Noemen we de veldsterkte bij de condensator zonder diëlectricum de oorspronkelijke veldsterkte E_{oorspr} en de veldsterkte in het diëlectricum de gepolariseerde veldsterkte E_{gep}, dan is de resulterende veldsterkte E_{res} te vinden als:

$$E_{res} = E_{oorspr} - E_{gep}$$

Uit bovenstaande concluderen we dus dat de veldsterkte bij een condensator met diëlectricum kleiner is dan de veldsterkte bij een condensator met vacuüm indien zij dezelfde lading bezitten.

Daar $E = \frac{U}{l}$ en de afstand tussen de platen hetzelfde is, zal de spanning U bij een condensator met diëlectricum tussen de platen dus kleiner worden. Volgens de formule $Q = CU$ moet dus, daar beide condensatoren dezelfde lading Q bezitten en daar de spanning van een condensator met diëlectricum kleiner wordt, de capaciteit van de condensatoren met diëlectricum groter zijn dan die met vacuüm.

Het getal dat aangeeft hoeveel maal de capaciteit van een condensator met diëlectricum groter wordt dan de capaciteit van een vacuümcondensator heet de relatieve diëlectrische constante ε_r.

Uit bovenstaand betoog volgt dat ε_r een onbenoemd getal is, het woord 'relatief' wil zeggen "met betrekking tot", dus bij de condensator met betrekking tot vacuüm: ε_r is groter dan 1.
Men zegt ook wel de $\varepsilon_r = 1$ bij een vacuümcondensator. Voor lucht bv. $\varepsilon_r = 10006$; voor glas 5 tot 7; voor zuiver water is $\varepsilon_r = 81{,}1$; voor kwarts 8 etc.

De capaciteit voor een condensator met diëlectricum wordt nu gegeven door de formule:

$$C = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, \frac{O}{l}$$

ε_r is een factor die afhankelijk is van de stof die het diëlectricum vormt.
Immers iedere stof bevat een ander aantal elektronen per atoom. Des te meer elektronen er bij een atoom behoren des te groter zal de polarisatie kunnen zijn en des te groter zal het polarisatieveld worden. De resulterende veldsterkte wordt steeds kleiner dus ook de spanning op de condensator.
De capaciteit neemt dus toe.

Het is natuurlijk niet mogelijk dit ongelimiteerd op te voeren daar de voorwaarde gehandhaafd moet blijven dat het diëlectricum tussen de platen een isolerende stof moet zijn.

Bij een vacuümcondensator kan er in het geheel geen polarisatie optreden, daar er zich immers geen atomen in het vacuüm bevinden. Wat er bij het laden van een vacuümcondensator in het diëlectricum gebeurt, is niet bekend. We kunnen echter ook in vacuüm rekenen met de grootheden D en E of er iets in het vacuüm gebeurt of niet. De berekeningen met de afgeleide formules geven de juiste conclusies aan.

Oplossingen inzenden van de opgaven 333 t/m 335.

HILVERSUM

55.1. De condensator met diëlectricum tussen de platen (vervolg)

In de vorige les hebben we gezien dat de diëlectrische verschuivingsstroom in het vacuüm even groot was als die in het diëlectricum indien bij beide de lading hetzelfde is.
We veronderstellen dat beide condensatoren hetzelfde plaatoppervlak en dezelfde afstand tussen de platen hebben. Bij een condensator met een diëlectricum tussen de platen met een relatieve diëlectrische constante ε_r is de veldsterkte kleiner dan bij vacuüm. Noemen we de capaciteit van de vacuümcondensator C_1 en die van de condensator met diëlectricum C_2 dan geldt indien beide dezelfde lading hebben:

$$Q = C_1 U_1 \text{ en } Q = C_2 U_2 \text{ dus } C_1 U_1 = C_2 U_2 \text{ of:}$$

$$\varepsilon_0 \frac{O}{l} U_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{O}{l} \text{ of } U_1 = \varepsilon_r U_2 \text{ of: } U_2 = \frac{U_1}{\varepsilon_r}$$

De spanning wordt dus bij de condensator met diëlectricum ε_r maal kleiner, daar verder $E = \frac{U}{l}$ volgt hieruit dat E bij de condensator met diëlectricum ook ε_r maal kleiner wordt.

Daar $D_{vac} = D_{diëlectricum}$ terwijl voor de vacuümcondensator geldt $D = \varepsilon_0 E$; geldt voor de condensator met diëlectricum:

$$\underline{D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E}$$

Hierin is E dus de veldsterkte die bij de condensator met diëlectricum tussen de platen geldt.

Voorbeeld: Een condensator met plaatoppervlak O en afstand tussen de platen l wordt geladen tot een lading Q. De condensator wordt geïsoleerd opgesteld. Nu wordt er tussen de platen een tussenstof gedaan met een relatieve diëlectrische constante ε_r.
Bereken de energie van de condensator in de beide gevallen.

Oplossing: We hebben de keus uit 3 formules nl:

$$A = ½\, QU = ½\, CU^2 = ½ \frac{Q^2}{C}$$

Daar de lading constant blijft, nemen we de laatste dus: $A = ½ \frac{Q^2}{C}$.

In het eerste geval geldt dan: $A = ½ \frac{Q^2}{\frac{\varepsilon_0 O}{l}} = ½ \frac{Q^2}{\varepsilon_0 O}$, Dit is dus met vacuüm tussen de platen.

Na het inbrengen van het diëlectricum geldt:

$$A = ½ \frac{Q^2}{C} = ½ \frac{Q^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{O}{l}} = ½ \frac{Q^2\, l}{\varepsilon_0 \varepsilon_r O}$$

Hieruit volgt dat de energie van de condensator ε_r maal kleiner geworden is na het inbrengen van het diëlectricum.

We gaan nu behandelen wat er gebeurt bij een condensator met diëlectricum t.o.v. dezelfde condensator met vacuüm als we de spanning constant houden. Beide condensatoren staan dus op eenzelfde spanningsbron. Het diëlectricum wordt weer gepolariseerd, zodat bij het diëlectricum de veldsterkte weer afneemt.

$$E_{resulterend} = E_{oorspronkelijk} - E_{gepolariseerd}$$

Voor beide condensatoren geldt echter: $E = \frac{U}{l}$.

Daar zowel U als l voor beide condensatoren hetzelfde is, moet E dus ook hetzelfde zijn; d.w.z. $E_{resulterend}$ moet gelijk zijn aan de veldsterkte die bij de vacuümcondensator heerst.
De veldsterkte die afneemt door het inbrengen van het diëlectricum wordt door de spanningsbron weer opgevoerd totdat $E_{resulterend}$ weer de waarde $E_{oorspronkelijk}$ heeft gekregen. De condensator met diëlectricum zal dus meer lading krijgen dan de condensator met vacuüm. Q wordt dus groter.
Daar $Q = CU$ zal bij eenzelfde spanning U en groter wordende lading Q de capaciteit C groter worden. Het bedrag waarmee C groter wordt, is weer de relatieve dielectrische constante ε_r, zodat we wederom vinden:

$$C = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, \frac{O}{l}.$$

Verder vinden we weer $D = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, E$ voor de condensator met diëlectricum. Om de energie te bekijken gebruiken we nu de vergelijking:

$A = ½\, CU^2$

Voor de vacuümcondensator geldt:

$A = ½ \frac{\varepsilon_0 O}{l} U^2$

Voor de condensator met diëlectricum geldt:

$A = ½\, CU^2 = ½\, \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, \frac{O}{l} \, U^2$

De energie wordt dus bij eenzelfde spanning ε_r maal groter dan bij een condensator met diëlectricum t.o.v. die bij vacuüm.

<u>55,2. Overzicht van de gevonden betrekkingen</u>

Vacuümcondensator	Condensator met diëlectricum
$Q = C\, U$	Idem
$D = \frac{\psi}{O} = \frac{Q}{O}$	Idem
$E = \frac{U}{l}$	Idem
$D = \varepsilon_0 \, E$	$D = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, E$
$C = \varepsilon_0 \, \frac{O}{l}$	$C = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, \frac{O}{l}$

Bij constante lading:

$A = ½ \frac{Q^2}{C} = ½ \frac{Q^2 l}{\varepsilon_0 \, O}$ $\qquad$ $A = ½ \frac{Q^2}{C} = ½ \frac{Q^2 l}{\varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, O}$

Bij constante spanning:

$A = ½\, CU^2 = ½ \frac{\varepsilon_0 \, O U^2}{l}$ $\qquad$ $A = ½\, CU^2 = ½ \frac{\varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, O \, U^2}{l}$

Oplossingen inzenden van de opgaven 336 t/m 338.

HILVERSUM

56,1. Berekening van de capaciteit van een condensator met gelaagd dielectricum

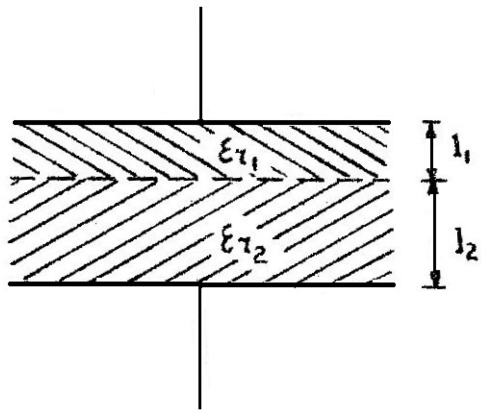


Fig. 56,1.

De condensator bevat twee diëlectrica resp. met dikte l_1 en l_2 met relatieve diëlectrische constante resp. ε_{r1} en ε_{r2}.
Indien de condensator geladen is tot een bepaalde lading Q, treedt uit de positieve plaat een elektrische flux ϕ. Deze flux eindigt op de negatieve plaat, zodat de elektrische flux die door beide diëlectrica stroomt voor beide diëlectrica hetzelfde is. Daar $D = \frac{\phi}{O}$ is de diëlectrische verschuivingsstroom in beide media hetzelfde, dus: $D_1 = D_2 = D$. Maar: $D_1 = \varepsilon_0\ \varepsilon_{r1}\ E_1$ en $D_2 = \varepsilon_0\ \varepsilon_{r2}\ E_2$ zodat: $\varepsilon_0\ \varepsilon_{r1}\ E_1 = \varepsilon_0\ \varepsilon_{r2}\ E_2$ of $\underline{\varepsilon_{r1}\ E_1 = \varepsilon_{r2}\ E_2}$
De totaal op de condensator aangesloten spanning verdeelt zich over de beide diëlectrica zodat geldt:

$U = U_1 + U_2 = E_1 l_1 + E_2 l_2$; daar: $E_1 = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} E_2$ vinden we: $U = \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\ l_1 + l_2\right) E_2$

en omdat: $E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_0\ \varepsilon_{r2}} = \frac{D}{\varepsilon_0\ \varepsilon_{r2}} = \frac{Q}{\varepsilon_0\ \varepsilon_{r2}\ O} = \frac{CU}{\varepsilon_0\ \varepsilon_{r2}\ O}$ geldt:

$U = \left(\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\ l_1 + l_2\right) \frac{CU}{\varepsilon_0\ \varepsilon_{r2}\ O}$

Delen door U, terwijl ε_{r2} binnen haakjes gebracht wordt, geeft:

$1 = \left(\frac{l_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{l_2}{\varepsilon_{r2}}\right) \frac{C}{\varepsilon_0\ O}$. Hieruit volgt: $C = \varepsilon_0 \frac{O}{\frac{l_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{l_2}{\varepsilon_{r2}}}$

Bij meer diëlectrica vinden we:

$C = \varepsilon_0 \frac{O}{\frac{l_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{l_2}{\varepsilon_{r2}} + \frac{l_3}{\varepsilon_{r3}} + \ldots}$ of korter: $\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{O}{\Sigma\frac{1}{\varepsilon_r}}}$

(Σ is het sommatieteken; $\Sigma\frac{1}{\varepsilon_r}$ wil dus zeggen: $\frac{l_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{l_2}{\varepsilon_{r2}} + \frac{l_3}{\varepsilon_{r3}}$ + enz.
Juist zoveel als er diëlectrica gegeven zijn).
Is er slechts een diëlectricum dan is: $C = \varepsilon_0 \frac{O}{\frac{1}{\varepsilon_r}} = \varepsilon_0\ \varepsilon_r \frac{O}{l}$

<u>Voorbeeld:</u> Een condensator met plaatafstand 5mm is geladen tot een spanning van 100 V.
Tussen de platen bevindt zich een glasplaat met $\varepsilon_r = 4$ van 2mm dikte. Bereken de veldsterkte in het glas en in de lucht.

<u>Oplossing:</u> Daar $D_{glas} - D_{lucht}$ geldt:

$\varepsilon_0\ \varepsilon_r\ E_{glas} = \varepsilon_0\ \varepsilon_{lucht}$ (ε_r lucht is 1 genomen) dus:

$E_{lucht} = 4E_{glas}$.

Verder is: $U = 100 = U_{glas} + U_{lucht} = E_{glas} . 2.10^{-3} + E_{lucht} . 3.10^{-3}$ of

$10^5 = 2E_{glas} + 3E_{lucht} = 2E_{glas} + 12E_{glas} = 14E_{glas}$ of $E_{glas} = \frac{10^5}{14}\ V/m$.

De veldsterkte in de lucht is $E_{lucht} = 4E_{glas} = \frac{2}{7}\ V/m.$

56,2. <u>Berekening van de kracht waarmee de twee condensatorplaten van een condensator elkaar aantrekken</u>

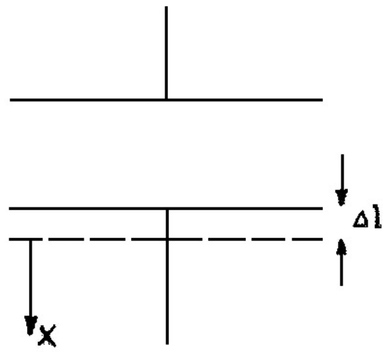


Fig. 56,2.

We behandelen dit probleem op twee manieren: 1ᵉ met lading constant en 2ᵉ met spanning constant.

<u>1ᵉ. Q constant</u>

We veronderstellen dat van de condensator alles gegeven is. De condensator is geladen tot een lading Q.
We trekken met een kracht K de platen over een afstand $\Delta\, l$ uit elkaar. De arbeid die dan verricht is, is gelijk aan <u>$A = K.\Delta l$</u>.
De energie van de condensator was voordat we de platen uit elkaar trokken:
$A_1 = ½\, \frac{Q^2}{C}$. We gebruiken deze formule daar de lading constant is, dus: $A_1 = ½\, \frac{Q^2}{C} = ½\, \frac{Q^2 l}{\varepsilon_0}$.
Indien de platen over een afstand $\Delta\, l$ uit elkaar getrokken Zijn, is de energie van de condensator geworden:
$A_2 = ½\, \frac{Q^2}{C} = ½\, \frac{Q^2(l + \Delta l)}{\varepsilon_0}$. De energietoename is dan: $A_2 - A_1 = ½\, \frac{Q^2(l+\Delta l)}{\varepsilon_0 O} - ½\, \frac{Q^2 l}{\varepsilon_0 O} =$
$= ½\, \frac{Q^2}{\varepsilon_0 O}(l + \Delta\, l - l) = ½\, \frac{Q^2\, \Delta\, l}{\varepsilon_0 O}$. Deze arbeid is door onszelf verricht en is dus gelijk aan $K.\Delta l$ zodat geldt: $K = \Delta l = ½\, \frac{Q^2}{\varepsilon_0 O}\, \Delta\, l$ of $K = ½\, \frac{Q^2}{\varepsilon_0 O}$. Uit $Q = CU\ en\ C = \varepsilon_0\, \frac{O}{l}$ volgt $Q = \frac{\varepsilon_0 O}{l}\, U$ zodat:

$K = ½\, \frac{Q\, .\, Q}{\varepsilon_0 O} = ½\, \frac{\frac{\varepsilon_0 O}{l}\, U\, .\, Q}{\varepsilon_0 O} = ½\, \frac{U}{l}\, O = ½\, QE$ dus: $K = \frac{1}{2}\, QE$

<u>2ᵉ U constant</u>

Evenals in het eerste geval trekken we de condensatorplaten over een afstand $\Delta\, l$ uit elkaar. De arbeid die we verrichten is dus: $A = K.\Delta\, l$. De energie van de condensator voor we de platen over een afstand $\Delta\, l$ uit elkaar trokken is: $A = ½\, CU^2$. (nu deze formule omdat U constant is) of:
$A_1 = ½\, CU^2 = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 O\, U^2}{l}$. De energie van de condensator nadat de platen over een afstand $\Delta\, l$ uit elkaar getrokken zijn, bedraagt: $A_2 = ½\, \frac{\varepsilon_0\, O\, U^2}{l + \Delta\, l}$. We zien dus dat, hoewel we zelf arbeid verrichten, de energie van de condensator kleiner wordt. De energie die totaal afgevoerd wordt, wordt aan de spanningsbron geleverd. Deze wordt dus opgeladen. De energie-afname is: $A_1 - A_2$ en dit is weer gelijk aan: $K.\Delta\, l$.

$A_1 - A_2 = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0\, OU^2}{l} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 O\, U^2}{l + \Delta\, l} = ½\, \varepsilon_0 O\, U^2 \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{l + \Delta\, l}\right) = ½\, \varepsilon_0\, OU^2\, \frac{l + \Delta\, l - l}{l(l + \Delta\, l)} =$

$= \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0\, O\, U^2\, \Delta\, l}{l(l + \Delta\, l)} = K.\Delta\, l$ dus $K = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0\, O\, U^2}{l(l + \Delta\, l)}$

Laten we nu $\Delta\, l$ tot nul naderen, daar we alleen de kracht willen weten waarmee de condensatorplaten elkaar aantrekken, m.a.w. we zoeken juist de evenwichtstoestand, dan vinden we:

$K = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0\, O\, U^2}{l^2} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0\, O}{l} . \frac{U}{l} . U = \frac{1}{2}\, C. \quad E.U = \frac{1}{2}\, QE$ dus weer: $K = \frac{1}{2}\, QE$

Oplossingen inzenden van de opgaven 339 t/m 342.

57.1. Het gedrag van geladen lichamen tussen de platen van een condensator

Brengen we een geladen lichaam tussen de platen van een condensator dan zal dit lichaam t.g.v. de wet van Coulomb krachten ondervinden.

Als voorbeeld behandelen we eerst dat een geladen lichaam bv. een elektron met lading q zich op de negatieve plaat van de condensator bevindt en vragen ons af: met welke snelheid komt dit elektron op de positieve plaat.

Indien het elektron de negatieve plaat verlaat, heeft het geen beginsnelheid, het ondervindt in het veld een kracht zodat het elektron een eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid gaat beschrijven. Indien we de afstand tussen de platen l noemen, dan is dus: $l = ½\, at^2$.
Hierin is a te bepalen als volgt: De lading, dus in ons voorbeeld het elektron, bezit een bepaalde massa m. Daar er een kracht op werkt, krijgt het een versnelling a, dus geldt: $K = m.a$.
Volgens de elektriciteitsleer zal echter een geladen lichaam dat zich in een veld bevindt een elektrische kracht ondervinden die gelijk is aan: $K = QE$. Deze twee krachten zijn hetzelfde zodat we vinden: $qE = ma$. (we hebben de lading van het elektron q genoemd).
Voor de versnelling vinden we dus: $a = \frac{qE}{m}$. Dit ingevuld in $l = ½\, at^2$ geeft: $l = ½ \frac{qE}{m} t^2$. De tijd die het elektron nodig heeft om op de positieve plaat te komen is hieruit op te lossen. Deze is: $t = \sqrt{\frac{2\,ml}{qE}}$.
De snelheid waarmee het elektron op de positieve plaat komt, vinden we uit $v = at$.
Vullen we a en t in, dan vinden we:

$$v = \frac{qE}{m} \cdot \sqrt{\frac{2ml}{qE}} = \sqrt{\frac{2ml\, q^2\, E^2}{qEm^2}} = \sqrt{\frac{2\, lqE}{m}}\,.$$

Daar $El = U$ is $v = \sqrt{\frac{2\,qU}{m}}$.

In deze formule zijn q en m constanten. We zien dus dat indien we de snelheid, waarmee het elektron op de positieve plaat komt willen verhogen, we de spanning U dienen te verhogen.
Hieruit volgt:

<u>De snelheid is evenredig met de wortel uit de spanning.</u>

We kunnen dit resultaat echter op een veel snellere manier verkrijgen met behulp van de <u>Wet van behoud van arbeid.</u>

We hebben immers geleerd dat indien een lading van Q Coulomb een potentiaal verschil doorloopt van U volt er een arbeid verricht wordt van QU Joules. De lading krijgt tussen de platen van de condensator een beweging dus een kinetische energie. Deze kinetische energie is gelijk aan $½\, mv^2$.
Volgens de wet van behoud van energie geldt nu:

$$QU = \frac{1}{2} mv^2$$

Daar we de lading van het elektron aangegeven hebben door q geldt:

$$v = \sqrt{\frac{2\,qU}{m}}$$

De grootheid $\frac{q}{m}$ de lading van het elektron gedeeld zoor zijn massa, dus de lading per eenheid van massa wordt de specifieke lading van het elektron genoemd.

Deze bedraagt $\frac{l}{m} = 1{,}77 \times 10^{11}$ coulomb per kg.

Voor de snelheid vinden we dan:

$v = 5{,}95.\,10^5\sqrt{U}\; m/$sec.

Bij het doorlopen van een spanningsverschil van 1 volt verandert de snelheid van het elektron met 595 km/sec. Was de beginsnelheid nul, dan spreekt men wel van éénvolts-elektron.

Door de spanning steeds hoger te nemen, stijgt ook de snelheid van het elektron tot een zeer hoge waarde. De snelheid van een lichaam dus ook van het elektron blijft echter kleiner dan de lichtsnelheid:

$c = 3 \times 10^8\; m/$sec.

Dit volgt uit de relativiteitstheorie, die zegt dat bij grote snelheid van een lichaam de massa toeneemt. In les 47 hebben we de formule reeds gegeven, deze was:

$$m = \frac{mo}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Alleen bij zeer grote snelheid hebben we rekening te houden met de vergroting van de massa. Is bv. de snelheid $\frac{1}{10}\,c$, hetgeen reeds een zeer grote snelheid is, dan is de massa slechts met 5% toegenomen. Een elektron verkrijgt deze snelheid als het een spanning van 2500 V heeft doorlopen.

Heeft een elektron in het begin reeds een snelheid v_0 in de richting loodrecht op de platen, dan bezit het reeds een kinetische energie die gelijk is aan ½ mv_0^2.

De arbeid die door het elektrische veld op het elektron met een lading q wordt uitgeoefend bij het doorlopen van een spanning U is gelijk aan qU.

De kinetische energie neemt met dit bedrag toe. Na het doorlopen van de spanning U id de kinetische energie geworden:

$$½\, mv_0^2 + qU = ½\, mv^2.$$

Hieruit kunnen we de snelheid van het elektron op ieder moment, op iedere afstand van de plaat berekenen. Deze snelheid is:

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qU}{m}}$$

Oplossingen inzenden van de opgaven 343 t/m 345.

58,1. Een bewegend elektron in een elektrisch veld ingeschoten, evenwijdig aan de platen van de condensator

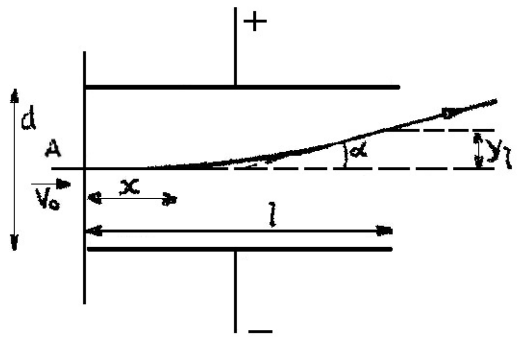


Fig. 58,1.

We veronderstellen dat een elektron dat met een snelheid v_0 van links komt in fig. 58,1 het punt A bereikt. (Het punt A is midden tussen de platen van de condensator genomen).

Bij A komt het elektron in de ruimte tussen de twee vlakke condensatorplaten. Tussen de platen van de condensator staat een spanning U. Het veld tussen de platen is homogeen. We zien dus af van het rand-effect, d.w.z. van de spreiding van het elektrisch veld aan de randen van de condensator.

Het elektron ondervindt in de horizontale richting geen kracht. In de horizontale richting is de beweging van het elektron dus een eenparige beweging.

Noemen we de afgelegde weg in de horizontale richting x dan geldt op een bepaald tijdsmoment:

$$x = v_0.t.$$

In de verticale richting ondervindt het elektron wel een kracht.
Het wordt door de onderste plaat afgestoten en door de bovenste plaat aangetrokken.

Het elektron heeft in de verticale richting geen beginsnelheid. In de verticale richting ondervindt het elektron dus een eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid.

Noemen we de afgelegde weg in de verticale richting y dan geldt op een bepaald tijdsmoment daarvoor:

$$y = ½\, at^2$$

De versnelling van het elektron in de verticale richting kunnen we uitrekenen. Hiervoor geldt $K = ma$, terwijl de elektrische kracht op het elektron gelijk is aan $K = qE$ waarin q de lading van het elektron en E de veldsterkte. We kunnen a dus vinden daar de krachten gelijk zijn, dus:

$$a = \frac{qE}{m}$$

Voor de afgelegde weg in de verticale richting vinden we dus:

$$y = ½ \frac{qE}{m}\, t^2.$$

Elimineren we t uit deze vergelijking en uit de vergelijking $x = v_0.t$ dan vinden we:

$$y = \frac{qE}{2\, mv_0^2}\, x^2$$ als baanvergelijking van het elektron.

Daar y hierin van de eerste graad is en x van de tweede graad stelt de vergelijking de baan van een parabool voor.

De afstand tussen de platen van de condensator is d, voor de veldsterkte kunnen we dan schrijven:

$$E = \frac{U}{d} \text{ zodat: } y = \frac{qU}{2\, mv_0^2\, d}\, x^2 .$$

Als het elektron het elektrisch veld verlaat, heeft het in de x-richting een weg afgelegd $x = 1$ (zie fig. 58,1).

De uitwijking die het elektron dan heeft gekregen is:

$y_1 = \frac{qU\,l^2}{2mv_0^2}$.

Uit deze formule volgt dat we deze uitwijking kunnen veranderen door de spanning U te veranderen. Wordt de uitwijking groter dan ½ d dan komt het elektron op de positieve plaat.

Zodra het elektron het veld verlaat en dus weer in een veldvrije ruimte komt, werkt er geen kracht meer op en zal het elektron zijn weg vervolgen volgens de raaklijn aan de parabool.
De richting van deze raaklijn is gegeven door $\tan\alpha$. We kunnen de snelheid uitrekenen waarmee het elektron het veld verlaat. In de x-richting is $v_x = v_0$. In de y-richting is:

$$v_y = at = \frac{qE}{M}t = \frac{qE}{m}\,\frac{x}{v_0} = \frac{qU}{mv_0\,d}x$$

Als $x = l$ dan is: $v_y = \frac{q\,U\,l}{mv_0 d}$.

De snelheid is dan:

$$v_t = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \frac{q^2\,U^2\,l^2}{m^2\,v_0^2\,d^2}}$$

Uit v_x en v_y kunnen we $\tan\alpha$ bepalen.
(zie fig. 58,2) als volgt:

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\frac{q\,U\,l}{mv_0\,d}}{v_0} = \frac{qUl}{m\,v_0^2\,d}$$

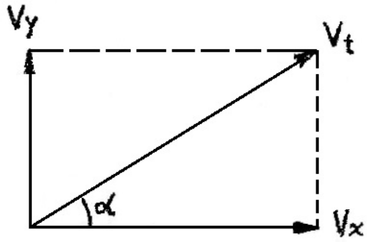


Fig. 58,2.

Vullen we $y_1 = \frac{qUl^2}{2m\,v_0^2\,d}$ in, in $\tan\alpha$ dan vinden we: $\tan\alpha = \frac{qUl^2}{2m\,v_0^2\,d} \cdot \frac{2}{l} = \frac{y_1}{\frac{1}{2}l}$

Hieruit volgt dat het verlengde van de raaklijn door het punt P gaat midden op de as tussen A en B. Voor de beweging buiten de afbuigplaten is het dus alsof het elektron zijn oorspronkelijke baan vervolgde tot in het midden van het elektrische veld en vanaf dit midden rechtlijnig onder een hoek α verder gaat.

Plaatsen we op een afstand b een fluorescerend scherm, dan is de totale uitwijking waaronder het elektron het scherm treft gelijk aan:

$$u = y_1 + p = y_1 + b\tan\alpha$$

$$u = \frac{qUl^2}{2m\,v_0^2\,d} + b.\frac{q\,U\,l}{mv_0^2\,d} = \frac{q\,l}{mv_0^2 d}\left(\frac{1}{2} + b\right)U$$

Hieruit volgt weer dat de uitwijking u te variëren is door de spanning U te variëren.
Is U bv. een wisselspanning en schieten we een groot aantal elektronen achter elkaar tussen de platen van de condensator, dan zal de elektronenstraal een verticale streep op het scherm gaan beschrijven.

Oplossingen inzenden van de opgaven 346 t/m 348.