



1. Van een rechthoekige driehoek zijn de rechthoekzijden 3 en 4 cm.
Gevraagd: de goniometrische verhoudingen van de grootste scherpe hoek.
Antw.: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\tan \alpha = \frac{4}{3}$, $\cot \alpha = \frac{3}{4}$, $\sec \alpha = \frac{5}{3}$, $\csc \alpha = \frac{5}{4}$.
2. Van een rechthoekige driehoek is een rechthoekzijde 3,40 cm en de schuine zijde 8,60 cm.
Bereken de sinus en de tangens van de hoek tegenover de derde zijde in 4 decimalen nauwkeurig.
Antw.: $\sin \alpha = 0,9186$; $\tan \alpha = 2,3235$.
3. Van de rechthoekige driehoek ABC is $\beta = 90^\circ$ en $\tan \alpha = \frac{p}{q}$.
Bereken de goniometrische verhoudingen van hoek α .
Antw.: $\sin \alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}} = \frac{p\sqrt{p^2+q^2}}{p^2+q^2}$; $\cos \alpha = \frac{q\sqrt{p^2+q^2}}{p^2+q^2}$;
 $\tan \alpha = \frac{p}{q}$; $\cot \alpha = \frac{q}{p}$; $\sec \alpha = \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{q}$; $\csc \alpha = \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{p}$.
4. gegeven is $\sin \varphi = \frac{5}{8}$. Construeer de hoek φ .
Antw.: Teken een lijn AB van 5 cm. Construeer in A een lijn $l \perp AB$.
Beschrijf met B als middelpunt een cirkel met een straal van 8 cm.
De cirkel en l snijden elkaar in C. De gevraagde hoek φ is de hoek bij C.
5. Gegeven zijn 2 lijnstukken a en b en $\tan \alpha = \frac{a}{b}$. Construeer hoek φ .
Antw.: Construeer een rechte hoek A. Pas vanuit A de lijnstukken a en b af en verbind hun uiteinden. De hoek tegenover a is de hoek φ .
6. Van de rechthoekige driehoek ABC is de schuine zijde BC 13 cm en de zijde AB 5 cm.
Bereken alle goniometrische verhoudingen van de beide scherpe hoeken.
7. Van een rechthoekige driehoek zijn de rechthoekzijden 0,8 en 1,3 dm.
Bereken in 4 decimalen nauwkeurig de sin, cos en de tan van de beide scherpe hoeken.
8. Als van de scherpe hoek β gegeven is $\tan \beta = 2$, construeer dan hoek β en bereken $\sin \beta$ en $\cos \beta$.
9. Als a en b de lengten van 2 gegeven lijnstukken voorstellen en als gegeven is $\sin \gamma = \frac{2a}{3b}$, construeer dan hoek γ en bepaal alle goniometrische verhoudingen van deze hoek.
10. Als van een hoek φ gegeven is $\sec \varphi = 3$, construeer dan deze hoek.
11. Als gegeven is $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, bepaal dan met de formules de andere goniometrische verhoudingen van hoek α .
Antw.: $\cos \alpha = \frac{5}{13}$; $\tan \alpha = \frac{12}{5}$; $\cot \alpha = \frac{5}{12}$; $\sec \alpha = \frac{13}{5}$; $\csc \alpha = \frac{13}{12}$.

R.T.

2 GO opgaven

Nadruk verboden

12. Vereenvoudig: $\frac{\sin \alpha}{\tan \alpha} \times \frac{1 - \cos \alpha}{\cot \alpha} \times \frac{1 + \cos \alpha}{\csc \alpha}$.

13. Vereenvoudig: $(1 - \sec \alpha)(1 + \sec \alpha)$

14. Als $\alpha + \beta = 90^\circ$ en $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, hoeveel is dan $\tan \beta$?

Antw.: $\frac{1}{2}\sqrt{5}$.

15. Als $\alpha + \beta = 90^\circ$ en $\tan \beta = \frac{4}{3}$, hoeveel is dan $\sec \alpha$?

Antw.: $\frac{5}{4}$

16. Bepaal de waarden van de cotangens, secans en cosecans van de hoeken van 30° , 45° en 60° .

17. Als $\cos \alpha = \frac{a}{b}$ en $\alpha + \beta = 90^\circ$, bepaal dan $\tan \beta$ en $\sec \beta$.

18. Vereenvoudig: $(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha) + (1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$.

19. Hoeveel is: $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ en $\tan 45^\circ + \csc 30^\circ$?

20. Herleid tot de eenvoudigste gedaante: $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$.
(denk aan de ontbinding in factoren uit de algebra.)

21. Bewijs de volgende identiteiten:

$$\sec^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \tan^2 \alpha.$$

22. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = 1$.

23. $\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha \times \csc^2 \alpha$.

24. $\frac{\cot \alpha + \cot \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} = \cot \alpha \times \cot \beta$.

25. $\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\sec \alpha + \csc \alpha} = \cos \alpha \cdot \tan \alpha - \cot \alpha \cdot \sin \alpha$.

26. $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = 1 - 2 \cos^2 \alpha$.

27. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + \frac{1}{\sec^2 \alpha} + \frac{1}{\csc^2 \alpha} = \sec^2 \alpha \cdot \csc^2 \alpha - 1$.

28. $\sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha = (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(1 - 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha)$.

29. $\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha)$.

30. $\frac{\cot \alpha - 1}{\tan \alpha + 1} = \frac{\csc \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} - 1$.

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 3



HILVERSUM

31. Herleid tot de cosinus van een scherpe hoek:
a. $\cos 115^\circ$; b. $\cos 124^\circ$; c. $\cos 137^\circ 17'$; d. $\cos 172^\circ 14' 11''$.
Antw.: a. $-\cos 65^\circ$; b. $-\cos 56^\circ$; c. $-\cos 42^\circ 43'$; d. $-\cos 7^\circ 45' 49''$.
32. idem: a. $\cos 200^\circ$; b. $\cos 245^\circ$; c. $\cos 218^\circ 15'$; d. $\cos 269^\circ 10' 10''$.
Antw.: a. $-\cos 20^\circ$; b. $-\cos 65^\circ$; c. $-\cos 38^\circ 15'$; d. $-\cos 89^\circ 10' 10''$.
33. idem: a. $\cos 355^\circ$; b. $\cos 313^\circ$; c. $\cos 342^\circ 16' 11''$; d. $\cos 289^\circ 13'$.
Antw.: a. $\cos 5^\circ$; b. $\cos 47^\circ$; c. $\cos 17^\circ 43' 49''$; d. $\cos 61^\circ 47'$.
34. Herleid tot de sinus van een scherpe hoek:
a. $\cos 70^\circ$; b. $\cos 53^\circ 13'$; c. $\cos 6^\circ 30' 30''$; d. $\cos 15^\circ 15''$.
Antw.: a. $\sin 20^\circ$; b. $\sin 36^\circ 47'$; c. $\sin 83^\circ 29' 30''$; d. $\sin 74^\circ 59' 45''$.
35. a. $\cos 312^\circ$; b. $\cos 216^\circ$; c. $\cos 133^\circ 41' 6''$.
Antw.: a. $\sin 24^\circ$; b. $-\sin 54^\circ$; c. $-\cos 43^\circ 41' 6''$.
36. Herleid tot de cosinus van een scherpe hoek:
a. $\cos 202^\circ$; b. $\cos 283^\circ 14'$; c. $\cos 155^\circ 6' 3''$; d. $\cos 243^\circ 15''$.
37. Idem: a. $\cos 345^\circ$; b. $\cos 150^\circ 17' 30''$; c. $\cos 130^\circ 6' 7''$; d. $\cos 215^\circ 12'$.
38. Herleid tot de sinus van de scherpe hoek:
a. $\cos 322^\circ$; b. $\cos 169^\circ 30'$; c. $\cos 243^\circ 8' 8''$; d. $\cos 340$.
39. Bewijs: $\frac{\sin^2 \alpha \cdot \sec \alpha + \sin \alpha}{\sec \alpha + \csc \alpha} = \sin^2 \alpha$
40. Herleid: $\frac{\sec \alpha + 1}{\sec \alpha - 1} \times \frac{\csc \alpha - \cot \alpha}{\cot \alpha + \csc \alpha}$.
41. Herleid tot de cosinus van de scherpe hoek:
a. $\cos 800^\circ$; b. $\cos 416^\circ 12'$; c. $\cos 1296^\circ 40'$.
42. Idem: $-\cos 12^\circ$; b. $-\cos 313^\circ 5'$; c. $\cos 207^\circ 16' 50''$.
Antw.: a. $\cos 12^\circ$; b. $\cos 46^\circ 55'$; c. $-\cos 27^\circ 16' 50''$.
43. Idem.: $\cos 823^\circ 24' 30''$; b. $-\cos 613^\circ 12' 18''$; c. $\cos 459^\circ 8'$.
Antw.: $-\cos 76^\circ 35' 30''$; b. $-\cos 73^\circ 12' 18''$; c. $-\cos 80^\circ 52'$.
44. Herleid tot de secans van een scherpe hoek:
a. $\sec 324^\circ 15'$; b. $-\sec 1813^\circ$; c. $\sec 254^\circ$.
Antw.: a. $\sec 35^\circ 45'$; b. $\sec 13^\circ$; c. $-\sec 74^\circ$.

R.T.

4 GO opgaven

Nadruk verboden

45. Idem.: a. $\sec - 313^\circ$; b. $\sec - 14^\circ 13'$; c. $\sec 118^\circ 44'$.
Antw.: a. $\sec 47^\circ$; b. $\sec 14^\circ 13'$; c. $-\sec 61^\circ 16'$.
46. Herleid tot de cosinus van een scherpe hoek:
a. $\cos 847^\circ 30'$; b. $\cos 1015^\circ 14'$; c. $\cos - 2315^\circ$.
47. Idem.: a. $\cos - 427^\circ 10'16''$; b. $\cos - 783^\circ 34'51''$; c. $\cos 1500^\circ$.
48. Herleid tot de secans van een scherpe hoek:
a. $\sec 823^\circ 14'15''$; b. $\sec - 487^\circ 16'$; c. $\sec 1787^\circ$.
49. Herleid: $\frac{\cos \alpha - \tan \alpha}{\cot \alpha - \sec \alpha} - \frac{\sec \alpha - \cos \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.
50. Bewijs: $\frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha + \tan \alpha} = \cot \alpha$
51. Herleid tot de sinus van een scherpe hoek:
a. $\sin 123^\circ 14'15''$; b. $\sin 143^\circ 12'$; c. $\sin 168^\circ 15''$.
Antw.: a. $\sin 56^\circ 45'45''$; b. $\sin 36^\circ 48'$; c. $\sin 11^\circ 45''$.
52. Idem.: a. $\sin 203^\circ 3'$; b. $\sin 256^\circ 18'4''$; c. $\sin 240^\circ$
Antw.: a. $-\sin 23^\circ 3'$; b. $-\sin 76^\circ 18'4''$; c. $-\sin 60^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$.
53. Idem.: a. $\sin 325^\circ 6'$; b. $\sin 283^\circ 34'$; c. $\sin 346^\circ 10'$.
Antw.: a. $-\sin 34^\circ 54'$; b. $-\sin 86^\circ 26'$; c. $-\sin 13^\circ 50'$.
54. Herleid: $\frac{\sec \alpha + 1}{\sec \alpha - 1} + \frac{\cos^2 \alpha (\cot \alpha + \csc \alpha)}{\cot \alpha - \csc \alpha} - \frac{2 + \cos \alpha}{\sec \alpha}$.
Antw.: 1.
55. Bewijs: $(\sec \alpha - \cos \alpha)(\csc \alpha - \sin \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
56. Herleid tot de sinus van een scherpe hoek:
a. $\sin 222^\circ 23'24''$; b. $\sin 107^\circ 13'$; c. $\sin 345^\circ 6'13''$.
57. Idem.: a. $\sin 289^\circ 16'30''$; b. $\sin 241^\circ 15'$; c. $\sin 136^\circ 40''$.
58. Idem.: a. $\sin 235^\circ 14'$; b. $\sin 316^\circ 8'$; c. $\sin 252^\circ$.
59. Herleid: $\left(\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} \right) \times (\tan \alpha - \cot \alpha)$.
60. Bewijs: $\frac{\tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha}{\sec^2 \alpha - \csc^2 \alpha} = 1$.

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 5



HILVERSUM

61. Herleid tot de sinus van een scherpe hoek:

a. $\sin - 313^\circ 12'$; b. $\sin 1214^\circ 46'13''$; c. $\sin 1800^\circ$.

Antw.: a. $\sin 46^\circ 28'$; b. $\sin 45^\circ 13' 47''$; c. $\sin 0^\circ$.

62. Idem.: a. $\sin 515^\circ 13'46''$ b. $\sin - 1215^\circ 7' 8''$ c. $\sin - 147^\circ 18'$.

Antw.: a. $\sin 24^\circ 46'14''$ b. $\sin - 44^\circ 52'52''$ c. $\sin 32^\circ 42'$

63. Herleid tot de cosinus van een scherpe hoek:

a. $\sin 875^\circ 13'46''$ b. $\sin 1045^\circ 6'$ c. $\sin - 855^\circ 7'8''$

Antw.: a. $\cos 65^\circ 13'46''$ b. $-\cos 55^\circ 6'$ c. $-\cos 45^\circ 7'8''$

64. Herleid tot de cosecans van een scherpe hoek:

a. $\csc 415^\circ 13'$ b. $\csc 734^\circ 47'$ c. $\csc - 543^\circ 38'4''$

Antw.: a. $\csc 55^\circ 13'$ b. $\csc 14^\circ 47'$ c. $\csc 3^\circ 38'4''$

65. herleid: a. $\sin (90^\circ - \alpha) \times \cos (90^\circ + \alpha)$

b. $\sin (180^\circ + \alpha) \times \cos (270^\circ - \alpha)$

Antw.: a. $\cos \alpha \times - \cos \{180^\circ - (90^\circ + \alpha)\} = - \cos \alpha \cdot \cos (90^\circ - \alpha) =$
 $= - \cos \alpha \cdot \sin \alpha$

Antw.: b. $-\sin \alpha \times - \cos \{(270^\circ - \alpha) - 180^\circ\} = \sin \alpha \cdot \cos (90^\circ - \alpha) =$
 $= \sin \alpha \cdot \sin \alpha = \sin^2 \alpha$

66. Herleid tot de sinus van een scherpe hoek.

a. $\sin 475^\circ 10'10''$ b. $\sin -572^\circ 18'30''$ c. $\sin - 1500^\circ$

67. a. $\sin - 818^\circ 33'76''$ b. $\sin 790^\circ$ c. $\sin - 400^\circ$

68. Herleid tot de cosinus van een scherpe hoek.

a. $\sin - 500^\circ$ b. $\sin - 1703^\circ 8'14''$ c. $\sin 1447^\circ 11'17''$

69. Herleid: a. $\sin (270^\circ - \alpha) \times \cos 300^\circ \times \sin (1890^\circ - \alpha)$

b. $\sin(360^\circ + \alpha) \cos (450^\circ - \alpha) \sec (90^\circ + \alpha) \csc (180^\circ + \alpha)$

70. Herleid: $\frac{\sin (450^\circ + \alpha) \sin (\alpha - 450^\circ) \cos (270^\circ + \alpha)}{\cos (\alpha - 90^\circ) \sin(\alpha - 180^\circ) \cos (-\alpha)}$

71. Herleid tot de tangens van een scherpe hoek.

a. $\tan 315^\circ$ b. $\tan 159^\circ 13'$ c. $\tan 253^\circ 24'20''$

Antw.: a. $-\tan 45^\circ = -1$ b. $-\tan 20^\circ 47'$ c. $\tan 73^\circ 24'20''$

72. Idem: a. $\tan 350^\circ 37'4''$ b. $\tan 237^\circ 18'$ c. $\tan 340^\circ$

Antw.: a. $-\tan 9^\circ 22'20''$ b. $\tan 57^\circ 18'$ c. $-\tan 20^\circ$

R.T.

6 GO opgaven

Nadruk verboden

73. Bewijs: a. $\tan(\alpha + 135^\circ) = -\tan(45^\circ - \alpha)$
b. $\tan(300^\circ + \alpha) = \tan(120^\circ + \alpha)$

Antw.: a. stel $\alpha + 45^\circ = \varphi$, dan is $\tan(\alpha + 135^\circ) = \tan(90^\circ + \varphi) =$
 $= -\tan\{180^\circ - (90^\circ + \varphi)\} = -\tan(90^\circ - \varphi) = -\tan(90^\circ - \alpha - 45^\circ) =$
 $= -\tan(45^\circ - \alpha)$

b. Stel $\alpha - 60^\circ = \varphi$, dan is $\tan(300^\circ + \alpha) = \tan(360^\circ + \varphi) = \tan \varphi$.
Ook is $\tan(120^\circ + \alpha) = \tan(180^\circ + \alpha) = \tan \varphi$, zodat:
 $\tan(300^\circ + \alpha) = \tan(120^\circ + \alpha)$.

74. Als $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, herleid dan tot de tan van een scherpe hoek:
a. $\tan(225^\circ + \alpha)$ b. $\tan(225^\circ - \alpha)$ c. $\tan(300^\circ + \alpha)$

antw.: a. $\tan(225^\circ + \alpha) = \tan(225^\circ + \alpha - 180^\circ) = \tan(45^\circ + \alpha)$
b. $\tan(225^\circ - \alpha) = \tan(225^\circ - \alpha - 180^\circ) = \tan(45^\circ - \alpha)$
c. $\tan(300^\circ + \alpha) = -\tan(360^\circ - 300^\circ - \alpha) = -\tan(60^\circ - \alpha)$

75. bereken: a) $\sin^2 120^\circ - \cos^2 120^\circ$
b) $\frac{\sin 130^\circ - \tan 330^\circ}{\sin 330^\circ + \tan 330^\circ}$

Antw.: a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{3}$

76. herleid tot de tangens van een scherpe hoek:
a. $\tan 300^\circ$ b. $\tan 235^\circ 10' 10''$ c. $\tan 172^\circ 25''$

77. Idem: a. $\tan 149^\circ$ b. $\tan 217^\circ 34'$ c. $\tan 129^\circ 44'$

78. Bewijs:
a. $\tan(135^\circ - \alpha) = -\tan(45^\circ + \alpha)$
b. $\tan(210^\circ + \alpha) = \tan(30^\circ + \alpha)$

79. Als $\alpha < 45^\circ$, herleid dan tot dezelfde goniometrische verhoudingen van een scherpe hoek.
a. $\sin(225^\circ - \alpha)$ b. $\cos(315^\circ + \alpha)$ c. $\tan(135^\circ - \alpha)$

80. Als α een hoek is in het tweede kwadrant, waarvoor $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ en β een hoek in de derde kwadrant waarvoor $\cos \beta = -\frac{1}{2}$, bepaal dan $\alpha - \beta$.

81. Herleid tot de tangens van een scherpe hoek.
a. $\tan -290^\circ 40'$ b. $\tan 517^\circ 8' 14''$ c. $\tan -312^\circ 11'$

Antw.: a. $\tan 69^\circ$ b. $-\tan 22^\circ 51' 46''$ c. $-\tan 47^\circ 49'$

82. Herleid tot de cotangens van een scherpe hoek:
a. $\cot 405^\circ$ b. $\cot -405^\circ$ c. $\tan 405^\circ$

Antw.: a. $\cot 45^\circ = 1$ b. $-\cot 45^\circ = -1$ c. $-\tan 45^\circ = -1$

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 7



HILVERSUM

83. a. Gegeven is $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ en $\cos \beta = -\frac{7}{25}$; $90^\circ < \beta < 180^\circ$
Bereken $\cos(180^\circ - \alpha) - \tan(270^\circ + \beta)$

b. Gegeven $\sin \alpha = \frac{21}{29}$ en $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

Bereken: $\frac{\sec(360^\circ + \alpha) - \cot(270^\circ + \alpha)}{\tan(90^\circ - \alpha)} \csc(90^\circ + \alpha)$

Antw.: a. $-1 \frac{11}{120}$ b. $4 - \frac{3}{40}$

84. Herleid: a. $\frac{\sec(\alpha - 180^\circ) \cdot \tan(360^\circ - \alpha)}{\csc(270^\circ - \alpha) \cdot \cot(90^\circ + \alpha)}$ b. $\frac{\tan(45^\circ + \alpha)}{\cot(45^\circ - \alpha)}$

Antw.: a. 1 b. 2

85. Herleid: $(1 + 2 \cos^2 \alpha)^2 - (1 - 2 \sin^2 \alpha)^2$

Antw.: $8 \cos^2 \alpha$

86. Herleid tot de tangens van een scherpe hoek:

a. $\tan -50^\circ$ b. $\tan 456^\circ 8'15''$ c. $\tan 1523^\circ 18'20''$

87. Herleid tot de cotangens van een scherpe hoek:

a. $\cot -220^\circ 30'15''$ b. $\cot 1235^\circ 41'13''$ c. $\cot 2000^\circ$

88. Gegeven is: $\tan(\alpha - 180^\circ) = \frac{20}{21}$; $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

Bereken: $\frac{\sin \alpha - \sin(270^\circ - \alpha)}{\cos(-\alpha) + \cos(270^\circ + \alpha)}$

89. Herleid: $\left\{ \frac{\sin(270^\circ - \alpha) \cdot \tan(90^\circ + \alpha)}{\cos(\alpha - 180^\circ) \cdot \cot(360^\circ - \alpha)} - \frac{\tan(-\alpha)}{\cot(180^\circ + \alpha)} \right\} \times$
 $\times \left\{ \frac{\tan(225^\circ - \alpha)}{\cot(225^\circ + \alpha)} + \frac{\sin(\alpha + 180^\circ)}{\sec(90^\circ - \alpha)} \right\}$

90. Bewijs: $\frac{(\tan \alpha + \cot \alpha)^2}{\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha} = \frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{(\sec \alpha - \csc \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha)}$

91. Herleid: a. $\sin(90^\circ + \alpha)$ Antw: a. $\cos \alpha$
b. $\sec(180^\circ + \alpha)$ b. $-\sec \alpha$
c. $\tan(270^\circ + \alpha)$ c. $-\cot \alpha$
d. $\cot(360^\circ + \alpha)$ d. $\cot \alpha$
e. $\sin(450^\circ + \alpha) + \cos(540^\circ + \alpha)$ e. 0

92. Bereken: a. $\sin 75^\circ$ b. $\sec 105^\circ$ c. $\tan 165^\circ$

Antw: a. $\frac{1}{4}\sqrt{2} + \frac{1}{4}\sqrt{6}$ b. $-\sqrt{2} - \sqrt{6}$ c. $\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \sqrt{3} - 2$

R.T.

8 GO opgaven

Nadruk verboden

93. Druk $\tan(\alpha + \beta + \gamma)$ uit in de tangenten van α , β en γ . Aanwijzing:
Neem eerst $\alpha + \beta$ bij elkaar en behandel deze als één hoek.

Antw:
$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma - \tan \alpha \tan \beta \tan \gamma}{1 - \tan \alpha \tan \beta - \tan \alpha \tan \gamma - \tan \beta \tan \gamma}$$

94. Gegeven: $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ en $\tan \beta = \frac{3}{4}$; α en β zijn scherpe hoeken. Bereken:

a. $\sin(\alpha + \beta)$ b. $\cos(\alpha + \beta)$ c. $\tan(\alpha + \beta)$

Antw: a. $\frac{63}{25}$ b. $-\frac{16}{65}$ c. $-3\frac{15}{16}$

95. gegeven: $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ en $\tan \beta = -\frac{3}{4}$; α en β zijn scherpe hoeken. Bereken:

Antw: a. $-\frac{63}{25}$ b. $-\frac{16}{65}$ c. $\frac{63}{16}$

96. Herleid: a. $\csc(90^\circ + \alpha)$ b. $\tan(180^\circ + \alpha)$ c. $\cot(270^\circ + \alpha)$
 d. $\sin(360^\circ + \alpha)$

97. Bereken: a. $\tan 75^\circ$ b. $\sec 75^\circ$ c. $\csc 105^\circ$

98. Druk $\sin(\alpha + \beta + \gamma)$ uit in sinussen en cosinussen van α , β , en γ .

99. Gegeven: $\tan \alpha = 1\frac{1}{3}$

Gevraagd: a. in welke kwadranten kan α liggen

b. bereken voor ieder geval $\sin \alpha$ en $\cos \alpha$

c. bereken voor ieder geval $\sin(\alpha + 30^\circ)$ en $\cos(\alpha + 45^\circ)$

100. Gegeven: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ en $\cos \beta = \frac{5}{13}$ $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ en $270^\circ < \beta < 360^\circ$
Bereken: $\tan(\alpha + \beta + 45^\circ)$

101. Bewijs: $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$

102. Herleid: $\tan(45^\circ + \alpha) + \tan(45^\circ - \alpha)$

Antw:
$$\frac{2(1 + \tan^2 \alpha)}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

103. Bereken: $\sin(\alpha + \beta + \gamma)$

Antw:
$$\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$$

104. Druk $\sec(\alpha + \beta)$ uit in secanten en cosecanten van α en β .

Antw:
$$\frac{\sec \alpha \cdot \sec \beta \cdot \csc \alpha \cdot \csc \beta}{\sec \alpha \cdot \sec \beta + \csc \alpha \cdot \csc \beta}$$

105. Gegeven: α , β en γ zijn de hoeken van een driehoek:
 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ en $\cos \beta = \frac{7}{25}$. Bereken $\tan \gamma$

Antw: $2\frac{29}{44}$

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 9



HILVERSUM

106. Bewijs: $\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$

107. Druk $\cot(\alpha - \beta)$ uit, eerst alleen in de tangenten van α en β en daarna alleen in de cotangenten van α en β .

108. Druk $\cos(\alpha - \beta - \gamma)$ uit in de sinussen en cosinussen van α, β en γ .

109. Herleid: $\tan(225^\circ + \alpha) + \cot(-\alpha - 45^\circ) - \tan 135^\circ$

110. Gegeven: $\tan \alpha = p$ en $\tan \beta = \frac{1}{p}$. bereken $\tan(\alpha + \beta)$

111. Herleid: $a \sin \alpha + 2a \cos \alpha$. Als $\tan \varphi = 2$

Antw: $a\sqrt{5} \sin(\alpha + \varphi)$

112. $3 \sin \alpha - 4 \cos \alpha$

Antw: $5 \sin(\alpha - \varphi)$ als $\tan \varphi = \frac{4}{3}$

113. $\sqrt{3} \cos(\alpha + 45^\circ) + \sin(\alpha - 45^\circ)$

Antw: $2 \cos(\alpha + 75^\circ) = 2 \sin(\alpha + 15^\circ)$

114. $R \cos(\omega t + \varphi) + \omega L \sin(\omega t + \varphi)$

Antw: $\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2} \cos(\omega t + \varphi - \alpha)$ als $\tan \alpha = \frac{\omega L}{R}$

115. $R_1 \cos \omega t - R_2 \sin \omega t$

Antw: $\sqrt{R_1^2 + R_2^2} \cos(\omega t + \varphi)$ als $\tan \varphi = \frac{R_2}{R_1}$

116. $3 \sin \alpha + \cos \alpha$

117. $\sin \alpha - \cos \alpha$

118. $\sin \alpha - \cos \alpha - \sqrt{2} \cos(\alpha + 45^\circ)$

119. $\omega L_1 \sin \omega t - \omega L_2 \cos \omega t$

120. $\frac{R_1}{\omega L} \cos \omega t - R_2 \sin \omega t$

121. als $\cos 2\alpha = \frac{3}{4}$, hoe groot is dan $\tan \alpha$?

Antw: Bereken $\sin \alpha$ en $\cos \alpha$ (met de formules voor $\cos 2\alpha = \dots$ en $\cos 2\alpha = \dots$). Denk erom, dat de sinus en de cosinus 2 waarden hebben, nl. positief en negatief. $\tan \alpha = \pm \frac{1}{7}\sqrt{7}$.

122. Bewijs: $\frac{\cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{2 \cot \alpha}$

R.T.

10 GO opgaven

Nadruk verboden

123. a. Bereken $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha$ als $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, terwijl α een hoek is in het eerste kwadrant.

b. Dezelfde vraag als α een hoek is in het tweede kwadrant.

Antw: a. ? b. $-\frac{17}{25}$

124. Bewijs: $\sin^4 18^\circ + \cos^4 18^\circ = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 36^\circ$

125. Gegeven is $\sin \frac{1}{2} \gamma = 0,6$ en $90^\circ < \frac{1}{2} \gamma < 180^\circ$
Bereken alle goniometrische verhoudingen van γ .

Antw: $\sin \gamma = -0,6 = -\frac{24}{25}$; $\cos \gamma = \frac{7}{25}$; $\tan \gamma = -\frac{24}{7}$;
 $\cot \gamma = -\frac{7}{24}$; $\sec \gamma = \frac{25}{7}$; $\csc \gamma = -\frac{25}{24}$.

126. Druk $\sin 3\alpha$ uit in $\sin \alpha$.

127. Bewijs $\sin 4\varphi = \cos \varphi (4 \sin \varphi - 8 \sin^3 \varphi)$

128. Bereken $\sin \alpha$ als $\tan \frac{1}{2} \alpha = -2$ en $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

129. Bewijs: a. $\frac{\cos 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha} = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$

b. $\frac{\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$

130. Bepaal de waarden van $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ en $\tan 2\alpha$ als gegeven is, dat $\sin \alpha = 0,6$ en $270^\circ < \alpha < 360^\circ$.

131. Bereken a. $\sin 15^\circ$ b. $\cos 7^\circ 30'$

Antw: a. $\frac{1}{4} \sqrt{6} - \frac{1}{4} \sqrt{2}$ b. $\frac{1}{4} \sqrt{8 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}$.

132. Bewijs: $\tan \frac{1}{2} \alpha = \csc \alpha - \cot \alpha$.

133. bewijs: $\tan \frac{1}{2} \alpha + \cot \frac{1}{2} \alpha = \frac{2}{\sin \alpha}$

134. Gegeven is $\tan \alpha = P$ en $\tan \beta = \frac{1}{P}$. Bereken $\tan(\alpha + \beta)$

Antw: ∞

135. Bereken $\tan(P - Q)$ als $\sin \frac{1}{2} P = \frac{4}{5}$ en $\sec 2Q = -\frac{169}{119}$; $\frac{1}{2} P$ is de scherpe Hoek. $2Q$ is de stompe hoek.

136. Bewijs: $\tan(30^\circ + \alpha) \tan(30^\circ - \alpha) = \frac{2 - \sec 2\alpha}{2 + \sec 2\alpha}$

137. bewijs: $\tan\left(45^\circ - \frac{1}{4}\alpha\right) = \frac{\cos \frac{1}{2}\alpha}{1 + \sin \frac{1}{2}\alpha}$

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 11



HILVERSUM

138. bewijs: $\tan^2\left(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$

139. bewijs: $\sin^4 22^\circ 30' + \sin^4 67^\circ 30' + \sin^4 112^\circ 30' + \sin^4 157^\circ 30' = \frac{3}{2}$.

140. *onleesbaar.*

141. Herleid tot een som: a. $2 \sin 36^\circ \sin 18^\circ$; b. $2 \sin 40^\circ \cos 50^\circ$.

Antw: a. $\sin 54^\circ + \sin 18^\circ$; b. $1 - \sin 10^\circ$.

142. Herleid: $\cos(x - 30^\circ) \cos(x + 30^\circ)$.

Antw: $\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4}$.

143. Bewijs: $2 \cos 45^\circ \sin(45^\circ - \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha$.

144. Bewijs: $\cot \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cot \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = -\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$.

145. Bewijs: $(\cos \alpha + \sin \beta)(\cos \alpha - \sin \beta) = \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)$.

146. Herleid tot een som:

a. $2 \sin 14^\circ \cos 15^\circ$; b. $\sin 10^\circ \cos 100^\circ$; c. $\sin 20^\circ \cos 50^\circ$.

147. Herleid tot een som: $\sin(\alpha + 45^\circ) \cos(\alpha - 30^\circ)$.

148. Bewijs: $(\cos \alpha + \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) = \sin(\alpha + \beta) \sin(\beta - \alpha)$.

149. Bewijs: $\cot \frac{1}{2}(x - y) = \frac{\sin x + \sin y}{\cos y - \cos x}$

150. Bewijs: $\cos 130^\circ \sin 80^\circ + \sin 70^\circ \cos 20^\circ = \frac{1}{4}$.

151. Herleid tot een product:

a. $\sin 20^\circ + \sin 50^\circ$; b. $\sin 35^\circ - \sin 65^\circ$; c. $\sin 25^\circ + \cos 75^\circ$

Antw: a. $2 \sin 35^\circ \cos 15^\circ$; b. $2 \cos 45^\circ \sin 15^\circ$
c. $2 \sin 20^\circ \cos 5^\circ$

152. Herleid tot een product:

a. $1 + \cos \alpha$; b. $\frac{1}{2} - \sin \alpha$; c. $1 \sqrt{2} \sin \alpha$.

Antw: a. $\cos 0^\circ + \cos \alpha = 2 \cos \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\alpha = 2 \cos^2 \frac{1}{2}\alpha$
b. $\sin 30^\circ - \sin \alpha = 2 \cos\left(15^\circ + \frac{1}{2}\alpha\right) \sin\left(15^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right)$
c. $\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\sqrt{2} + \sin \alpha\right) = \sqrt{2}(\sin 45^\circ + \sin \alpha) =$
 $= 2\sqrt{2} \sin\left(22^\circ 30' + \frac{1}{2}\alpha\right) \cos\left(22^\circ 30' - \frac{1}{2}\alpha\right)$

153. Bewijs: $\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha) = \sqrt{2} \cos \alpha$

R.T.

12 GO opgaven

Nadruk verboden

154. Bewijs $\tan(2\alpha + \beta) + \tan(\alpha + \beta) = \frac{2 \sin 3(\alpha + \beta)}{\cos 3(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}$

155. Herleid: $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta}$

Antw.: $\tan \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

156. Herleid tot een product:

- a. $\sin 22^\circ + \sin 36^\circ$
- b. $\sin 14^\circ + \cos 72^\circ$
- c. $\cos 15^\circ - \sin 37^\circ$
- d. $\cos 1\frac{1}{2}\alpha + \sin 1\frac{1}{2}\alpha$

157. Idem: a. $1 + \sin \alpha$ b. $\frac{1}{2}\sqrt{3} - \cos \alpha$ c. $1 - \frac{2}{3}\sqrt{3} \cos \alpha$

158. Idem: $\sin \alpha - \sin 3\alpha + \sin 5\alpha - \sin 7\alpha$

159. Bewijs: $\frac{\sin 33^\circ + \sin 3^\circ}{\cos 33^\circ + \cos 3^\circ} = \tan 18^\circ$

160. Bewijs: $\cot \alpha + \cot \beta = \frac{2 \sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)}$

161. Bewijs: $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{1}{4}\alpha \cos \frac{1}{2}\beta$ als $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

162. Bewijs: $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 4 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ als $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

163. Bewijs: $\frac{\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma}{(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma)^2} = \frac{\tan \frac{1}{2}\alpha + \tan \frac{1}{2}\beta + \tan \frac{1}{2}\gamma}{2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$ als $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

164. Bewijs: $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$
als $\alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

165. Bewijs: $\tan \alpha - \tan \beta = \frac{\cos 2\beta - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$ als $\alpha + \beta = 90^\circ$

166. Bewijs: $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} + \frac{\cos \beta}{\sin \alpha \sin \gamma} + \frac{\cos \gamma}{\sin \alpha \sin \beta} = 2$ als $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

167. Bewijs: $\cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma = \cot \alpha \cot \beta \cot \gamma$ als $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$

168. Bewijs, dat in ΔABC geldt: $(a - b) : c = \sin \frac{1}{2}(A - B) : \cos \frac{1}{2}C$.

Antw.: Volgens de sinusregel is $a : \sin A - B : \sin B = c : \sin C$
Hieruit: $(a - b) : (\sin A - \sin B) = c : \sin C$.
 $(a - b) : 2 \cos \frac{1}{2}(A + B) \sin \frac{1}{2}(A - B) = c : 2 \sin \frac{1}{2}C \cos \frac{1}{2}C$.
 $(a - b) : \sin \left[90^\circ - \frac{1}{2}(A + B) \right] \sin(A - B) = c : \sin \frac{1}{2}C \cos \frac{1}{2}C$.
 $(a - b) : \sin \frac{1}{2}c \sin \frac{1}{2}(A - B) = c : \sin \frac{1}{2}C \cos \frac{1}{2}C$.
 $(a - b) : \sin \frac{1}{2}(A - B) = c : \cos \frac{1}{2}C$.
 $(a - b) : c = \sin \frac{1}{2}(A - B) : \cos \frac{1}{2}C$.

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 13



HILVERSUM

169. Van ΔABC is gegeven: $\angle B = 2 \times \angle A$ en $BC : AC = 3 : 4$.
Bereken de sinussen van de 3 hoeken.

Antw.: $\sin A = \frac{1}{3} \sqrt{3}$ $\sin B = \frac{4}{9} \sqrt{5}$ $\sin C = \frac{7}{25} \sqrt{5}$

170. Van ΔABC is gegeven $\angle A = 75^\circ$ en $BC : AC = \sqrt{15} : 4$. Bereken $\sin C$.

Antw.: $C = \frac{3\sqrt{10} + 4\sqrt{15} - \sqrt{30}}{60}$.

171. Van een driehoek is een der hoeken 105° en de grootste zijde 12 cm.
Bereken de straal van de omgeschreven cirkel.

Antw.: $R = 6\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$

172. Van ΔABC is gegeven $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 67^\circ 30'$ en $BC = 10$ cm. Bereken de overige elementen van de driehoek.

Antw.: $\angle C = 52^\circ 30'$.

173. Bereken de sinussen van de drie hoeken van een scherphoekige driehoek waarvan twee zijden respectievelijk 4 en 6 cm zijn en de straal van de omgeschreven cirkel 8 cm.

174. Bewijs, dat in ΔABC geldt: $(a + b) : c = \cos \frac{1}{2}(A - B) : \sin \frac{1}{2}C$.

175. Bewijs, dat in ΔABC geldt: $s : a = \cos \frac{1}{2}B \times \cos \frac{1}{2}C : \sin \frac{1}{2}A$.
(s is de halve omtrek der driehoek).

176. Van een driehoek zijn twee der hoeken 45 en 60 graden, terwijl de zijde tegenover de derde hoek $6\sqrt{3}$ cm is. Bereken de andere zijden.

177. Van een gelijkbenige driehoek is de basis $8\sqrt{2}$ cm en de tophoek 45° .
Bereken de opstaande zijden.

178. Van ΔABC is gegeven: $\angle A = 2 \times \angle B$; $BC = 30$ cm en $AC = 25$ cm.
Bereken de sinussen van de hoeken.

179. Wat volgt er uit de cosinusregel voor de basis van een gelijkbenige driehoek ABC , waarin $\angle A = \angle B$?

Antw.: $c = 2a \cos \alpha$ of $c^2 = 2a^2(1 - \cos \gamma)$.

180. Leid uit de cosinusregel af dat in een driehoek ABC geldt:

$$\sin \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \quad (s = \text{halve omtrek van de driehoek}).$$

181. In driehoek ABC is $\angle A = 60^\circ$; $AB = 10$ cm en $AC = 8$ cm. Bereken de zijde BC .

Antw.: $BC = 2\sqrt{21}$.

182. Bewijs dat in een driehoek geldt:

$$2ab \cos C + 2bc \cos A + 2ac \cos B = a^2 + b^2 + c^2.$$

R.T.

14 GO opgaven

Nadruk verboden

183. Idem: $(a^2 - b^2) \sin C = c^2 \sin(A - B)$.

184. Bewijs uit de cosinusregel dat in driehoek ABC geldt:

$$\cos \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}.$$

185. Van driehoek ABC is gegeven: $a = 3$ cm, $b = 5$ cm, $\angle C = 120^\circ$. Bereken c .

186. Van ΔABC is gegeven: $a = 3$ cm, $b = 7$ cm en $\angle B = 120^\circ$. Bereken c .

187. Als in ΔABC gegeven is: $\angle A : \angle B = 2 : 1$, dan is $a^2 = b(b + c)$.
Bewijs dit.

188. Van ΔABC is gegeven: $a = 2\sqrt{3}$; $b = 3 + \sqrt{3}$; $c = 3\sqrt{2}$. Bereken $\angle A$.

189. Van ΔABC is gegeven: $b - a = 7$; $c - a = 8$; $\cos A = 0,8$. Bereken de zijden.

190. Bewijs, dat een driehoek rechthoekig is als: $\tan \frac{1}{2}\alpha = \frac{a}{b+c}$.
Welke hoek is de rechte hoek?

Antw.: $B = 90^\circ$.

191. Bewijs, dat ΔABC gelijkbenig is als: $\frac{\sin \alpha}{\sin 2\beta} = \frac{a \cos \frac{1}{2}\gamma}{\sin \beta}$.

Antw.: $\alpha = \beta$.

192. Bewijs, dat in elke driehoek geldt:
 $a \cos \alpha + b \cos \beta + c \cos \gamma = 2a \sin \beta \sin \gamma$.

193. Idem: $a^2 \sin 2B + b^2 \sin 2A = 2ab \sin C$.

194. Idem: $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = \frac{s}{R}$.

195. Idem: $\frac{a+b-c}{a+b+c} = \tan \frac{1}{2}\alpha \cdot \tan \frac{1}{2}\beta$.

196. Bereken: γ als in ΔABC geldt: $c^2 = a^2 + b^2 - ab$.

197. Bewijs, dat in elke driehoek geldt: $a^2 = (b - c)^2 + 4bc \sin^2 \frac{1}{2}\alpha$.

198. Als in ΔABC voor de zijden geldt: $3a + 3c = 2b$, bewijs dan:
 $3 \cos \frac{1}{2}(\alpha - \gamma) = 2 \sin \frac{1}{2}\beta$.

199. Bewijs, dat een scherphoekige driehoek gelijkbenig is als $c = 2a \sin \frac{1}{2}\gamma$.

200. Bereken $\sin(\alpha + \beta)$; $\cos(\alpha + \beta)$ en $\tan(\alpha + \beta)$ als $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ en
 $\cos \beta = -\frac{7}{25}$ (α en β zijn beide stompe hoeken).

201. Bewijs: $2 \csc \alpha = \tan \frac{1}{2}\alpha + \cot \frac{1}{2}\alpha$.

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 15



HILVERSUM

202. Herleid: $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha}$ tot $\tan 4\alpha$.

203. Bewijs, dat ΔABC rechthoekig of gelijkbenig is als $\sin \alpha + \cos \alpha = \sin \beta + \cos \beta$.

204. Bewijs, dat in een driehoek, waarin $\alpha - \beta = 90^\circ$ de oppervlakte gelijk is aan $\frac{1}{2}R^2 \sin 4\beta$.

205. Van ΔABC is gegeven: $a^2 - b^2 = 2bc \cos \beta$. Bewijs: $(a + b)(a - b)^2 = bc^2$.

206. Van ΔABC is gegeven: $a + 2b = 2c$. Bewijs: $2 \sin \frac{1}{2}\beta \cos \frac{1}{2}\gamma = \sin \frac{1}{2}(\gamma - \beta)$.

207. Van ΔABC is gegeven $\csc(90^\circ + \alpha) = \frac{169}{19}$ en $\cot\left(\frac{1}{2}\beta - 270^\circ\right) = -3$. Bereken $\cos 2\gamma$.

208. Bewijs, dat in ΔABC de hoogtelijn op de zijden BC gelijk is aan $2R \sin B \sin C$.

209. Bereken $\tan 345^\circ$.

210. Bepaal met behulp van de log.-tabel de waarden van:

a. $\sin 22^\circ$ b. $\sin 22^\circ 15'$ c. $\sin 37^\circ 18'$ d. $\sin 4^\circ 8'$ e. $\sin 10^\circ 10'$

Antw.: a. 0,37461 (0,3746) b. 0,37865 (0,3787) c. 0,60599 (0,6060)
d. 0,07208 (0,0721) e. 0,17651 (0,1765)

De tussen haakjes geplaatste getallen zijn de antwoorden indien men slechts over een vierdecimalige tabel beschikt.

211. Idem: a. $\sin 48^\circ 13'$ b. $\sin 72^\circ 54'$ c. $\sin 88^\circ$ d. $\sin 54^\circ 50'$ e. $\sin 63^\circ 18'$.

Antw.: a. 0,74567 (0,7457) b. 0,95579 (0,9558) c. 0,99939 (0,9994)
d. 0,81748 (0,8175) e. 0,89337 (0,8934)

212. Idem: a. $\cos 35^\circ 11'$ b. $\cos 72^\circ 8'$ c. $\cos 49^\circ 46'$ d. $\cos 76^\circ 4'$ e. $\cos 16^\circ 43'$.

Antw.: a. 0,81731 (0,8173) b. 0,30680 (0,3068) c. 0,64590 (0,6459)
d. 0,24079 (0,2408) e. 0,95774 (0,9577)

213. Idem: a. $\tan 40^\circ 11'$ b. $\tan 82^\circ 41'$ c. $\cot 16^\circ 18'$ d. $\cot 79^\circ 44'$ e. $\tan 10^\circ 17'$.

Antw.: a. 0,84457 (0,8446) b. 7,78825 (7,7883) c. 3,41973 (3,4197)
d. 0,18113 (0,1811) e. 0,18143 (0,1814)

R.T.

16 GO opgaven

Nadruk verboden

214. Herleid de volgende goniometrische verhoudingen van hoeken groter dan 90° eerst tot goniometrische verhoudingen van hoeken kleiner dan 90° en bepaal daarna de waarde.
a. $\sin 313^\circ 12'$ b. $\cos 207^\circ 8'$ c. $\tan 149^\circ 27'$ d. $\cot 218^\circ 8'$ e. $\sin -413^\circ 10'$.

Antw.: a. $-0,72897 (-0,7290)$ b. $-0,88995 (-0,8900)$
c. $-0,59022 (-0,5902)$ d. $1,27382 (1,2738)$
e. $-0,80038 (-0,8004)$

215. Bepaal: a. $\sin 34^\circ 18'$ b. $\cos 87^\circ 41'$ c. $\tan 27^\circ 13'$ d. $\cot 55^\circ 36'$ e. $\sin 80^\circ 46'$.

216. Idem: a. $\cos 34^\circ 15'$ b. $\tan 78^\circ 14'$ c. $\tan 27^\circ 31'$ d. $\cos 36^\circ 55'$ e. $\cos 82^\circ 46'$.

217. Idem: a. $\sin 57^\circ 8'$ b. $\cos 59^\circ 12'$ c. $\tan 78^\circ 46'$ d. $\cos 48^\circ 17'$ e. $\cos 82^\circ 46'$.

218. Herleid eerst tot goniometrische verhoudingen van scherpe hoeken en bepaal daarmee de waarde van:

a. $\sin 523^\circ 48'$ b. $\cos 1273^\circ 8'$ c. $\tan 158^\circ 13'$ d. $\cot 215^\circ 18'$ e. $\tan 423^\circ 45'$.

219. Idem: a. $\cos -212^\circ 17'$ b. $\cot -279^\circ 46'$ c. $\tan -616^\circ 53'$ d. $\sin -23^\circ 18'$
e. $\tan -412^\circ 6'$.

220. Bepaal: a. $\sin 28^\circ 13' 10''$ b. $\cos 39^\circ 18' 15''$ c. $\tan 25^\circ 10' 14''$ d. $\cot 18^\circ 18' 18''$
e. $\sin 68^\circ 15' 23''$.

Antw.: a. $0,47285$ b. $0,77380$ c. $0,46993$ d. $3,01492$ e. $0,92885$.

221. Idem: a. $\tan 340^\circ 11' 32''$ b. $\cos 217^\circ 11' 54''$ c. $\tan 340^\circ 11' 32''$ d. $\cot 415^\circ 9' 20''$
e. $\tan 111^\circ 18' 44''$.

Antw.: a. $0,83570$ b. $-0,79655$ c. $-0,36005$ d. $0,69617$ e. $-2,56325$

222. Bepaal α ($< 90^\circ$) als gegeven is:

a. $\sin \alpha = 0,36921$ b. $\cos \alpha = 0,61222$ c. $\tan \alpha = 4,10216$ d. $\cot \alpha = 1,28225$
e. $\cos \alpha = 0,85551$.

Antw.: a. $21^\circ 40'$ b. $52^\circ 15'$ c. $76^\circ 18'$ d. $37^\circ 57'$ e. $31^\circ 11'$.

223. Idem: a. $\sin \alpha = 0,14739$ b. $\cos \alpha = 0,34765$ c. $\tan \alpha = 0,74785$ d. $\cot \alpha = 1,27183$
e. $\cos \alpha = 0,28530$.

Antw.: a. $8^\circ 28' 33''$ b. $69^\circ 39' 22''$ c. $36^\circ 47' 27''$ d. $38^\circ 10' 36''$ e. $73^\circ 25' 24''$.

224. Bepaal de kleinste hoek waarvoor:

a. $\sin \alpha = -0,82763$ b. $\cos \alpha = 0,47606$ c. $\tan \alpha = -1,27938$
d. $\cot \alpha = -0,88888$ e. $\cot \alpha = -0,9$.

Antw.: a. $235^\circ 51' 23''$ b. $118^\circ 25' 42''$ c. $128^\circ 46''$ d. $131^\circ 38'$ e. $131^\circ 59' 14''$.

225. Bepaal: a. $\sin 40^\circ 13' 10''$ b. $\cos 47^\circ 8' 12''$ c. $\tan 66^\circ 40' 30''$ d. $\cot 45^\circ 15' 15''$
e. $\tan 68^\circ 13' 4''$.

R.T.

GO opgaven

Nadruk verboden 17



HILVERSUM

226. Idem: a. $\sin 202^\circ 8' 25''$ b. $\cos 303^\circ 18' 42''$ c. $\tan -72^\circ 38' 50''$
d. $\cot -125^\circ 40' 12''$ e. $\cos -213^\circ 4' 16''$.
227. Bepaal α ($< 90^\circ$) als:
a. $\sin \alpha = 0,55654$ b. $\cos \alpha = 0,93738$ c. $\tan \alpha = 0,63830$ d. $\cot \alpha = 0,44244$
e. $\cos \alpha = 0,52002$.
228. Idem: a. $\sin \alpha = 0,13762$ b. $\cos \alpha = 0,23761$ c. $\tan \alpha = 1,34028$
d. $\cot \alpha = 3,57607$ e. $\cot \alpha = 0,22345$.
229. Bepaal de kleinste hoek die voldoet aan:
a. $\sin \alpha = -0,83333$ b. $\cos \alpha = -0,32769$ c. $\tan \alpha = -1,12680$
d. $\cot \alpha = -0,47653$ e. $\cos \alpha = -0,37165$.
230. a. Van een rechthoekige driehoek zijn de rechthoekszijden 8 en 10 cm.
Bepaal de hoeken tot in seconden nauwkeurig.
b. Van een driehoek zijn de zijden 5, 7, en 9 cm. Bereken de hoek in seconden nauwkeurig.
231. Teken in een figuur de grafische voorstelling van $\sec \alpha$ en $\log \sec \alpha$ tussen 0° en 180° .
232. Idem van $\csc \alpha$ en $\log \csc \alpha$.
233. Teken in een figuur in het interval van 0° tot 360° de grafische voorstellingen van $\sin \alpha$ en $\log \sin \alpha$.
234. Teken in een figuur in het interval van -180° tot $+180^\circ$ de grafische voorstellingen van $\cos \alpha$ en $\log \cos \alpha$.
235. Bepaal: a. $\log \sin 25^\circ 18'$ b. $\log \cos 37^\circ 42'$
c. $\log \tan 22^\circ 7'$ d. $\log \cot 14^\circ 21'$
Antw.: a. 9,63079 – 10 b. 9,89830 – 10 c. 9,60895 – 10
d. 10,59205 – 10.
236. a. $\log \sin 66^\circ 23'$ b. $\log \cos 72^\circ 16'$ c. $\log \tan 78^\circ 27'$
Antw.: a. 9,96201 – 10 b. 9,48371 – 10 c. 10,68960.
237. a. $\log \sin 37^\circ 12' 38''$ b. $\log \tan 44^\circ 26' 26''$
c. $\log \sin 75^\circ 28' 37''$ d. $\log \tan 55^\circ 11' 16''$
Antw.: a. 9,78157 – 10 b. 9,99152 – 10 c. 9,98590 – 10 d. 10,15780 – 10
238. a. $\log \sin 40^\circ 11'$ b. $\log \cos 34^\circ 47'$ c. $\log \tan 38^\circ 22'$ d. $\log \cot 18^\circ 36'$.
239. a. $\log \sin 85^\circ 11'$ b. $\log \cos 50^\circ 14'$ c. $\log \tan 20^\circ 8'$ d. $\log \cot 78^\circ 33'$.
240. a. $\log \sin 13^\circ 11' 16''$ b. $\log \sin 72^\circ 8' 24''$
c. $\log \sin 36^\circ 14' 25''$ d. $\log \sin 47^\circ 33' 40''$.
241. a. $\log \tan 12^\circ 48' 52''$ b. $\log \tan 80^\circ 20' 13''$
c. $\log \tan 20^\circ 4' 26''$ d. $\log \tan 62^\circ 38' 15''$.

R.T.

18 GO opgaven

Nadruk verboden

242. Bepaal: a. $\log \sin 1^\circ 10' 16''$ b. $\log \tan 0^\circ 41' 36''$
 c. $\log \cos 89^\circ 11' 23''$ c. $\log \cot 88^\circ 30' 44''$
243. Bepaal: a. $\log \sin 20^\circ 19' 38''$ d. $\log \tan 36^\circ 1' 52''$
 b. $\log \cos 38^\circ 42' 27''$ e. $\log \cot 0^\circ 18' 26''$
 c. $\log \tan 2^\circ 4' 41''$ f. $\log \cos 87^\circ 54' 55''$.
244. Idem: a. $\log \tan 44^\circ 17' 26''$ d. $\log \sin 75^\circ 21' 32''$
 b. $\log \cot 45^\circ 45' 45''$ e. $\log \sin 31^\circ 59' 2''$
 c. $\log \cot 89^\circ 26' 44''$ f. $\log \cos 0^\circ 16' 39''$
245. Bepaal de scherpe hoek α waarvoor geldt:
a. $\log \cos \alpha = 9,98734 - 10$ c. $\log \tan \alpha = 11,23784 - 10$
b. $\log \sin \alpha = 9,78645 - 10$ d. $\log \cot \alpha = 9,87642 - 10$.
246. Idem:
a. $\log \cot \alpha = 9,61000 - 10$ d. $\log \sin \alpha = 9,94254 - 10$
b. $\log \cos \alpha = 9,88249 - 10$ e. $\log \tan \alpha = 9,62096 - 10$
c. $\log \tan \alpha = 12,36785 - 10$ f. $\log \cot \alpha = 12,94254 - 10$.
247. Los α op uit: $\alpha = \frac{\sin^2 103^\circ 15' 22'' \cdot \tan 67^\circ 28' 32''}{\cos 261^\circ 43' 52''}$.
248. Bepaal α uit: $\alpha = \frac{\csc 141^\circ 16' 38'' \cdot \tan 201^\circ 31' 56''}{\sec 320^\circ 15' 34'' \cdot \cot 275^\circ 14' 5''}$.
249. Bepaal de hoeken die voldoen aan:
$$\tan \alpha = \frac{\sin 143^\circ 32' 30'' \cdot \cot 208^\circ 4' 12''}{\cos 121^\circ 39' 36'' \cdot 137^\circ 19' 52''}$$
250. Idem uit: $\cot \alpha = \frac{23,12^2 \csc^2 25^\circ 17' \cdot \sin 253^\circ 33'}{1,754^3 \csc^2 80^\circ 33' 14'' \cdot \sec 185^\circ 43'}$.
251. Bereken de onbekende elementen uit de driehoek als gegeven is:
a. $a = 145,8 \text{ cm}$ $\beta = 48^\circ 18'$ $\gamma = 76^\circ 54'$
b. $b = 212,5 \text{ cm}$ $C = 448,1 \text{ cm}$ $\gamma = 110^\circ 40'$.
252. Idem als gegeven is:
a. $b = 12 \text{ cm}$ $c = 34 \text{ cm}$ $\alpha = 65^\circ 16'$
b. $a = 5 \text{ cm}$ $c = 7 \text{ cm}$ $\beta = 134^\circ 32'$
c. $a = 20 \text{ cm}$ $b = 13 \text{ cm}$ $c = 22 \text{ cm}$.
253. Bewijs, dat $b_g \cot(-a) = \pi - b_g \cot a$.
254. Bewijs, dat $b_g \tan a + b_g \cot a = \frac{\pi}{2}$.