



1. Welke van de volgende grootheden uit de natuurkunde zijn vectoren en welke zijn scalair: tijd, gewicht, lengte (van een kamer), temperatuur en kracht?
Antw: vectoren: gewicht, lengte en kracht
 Scalair: tijd en temperatuur
2. Een voorwerp verplaatst zich tegelijkertijd in twee loodrecht op elkaar staande richtingen; in de ene richting 12 m en in de andere 9 m. Hoe groot is de afstand, die het in werkelijkheid aflegt en in welke richting is die afstand afgelegd?
Antw: 15 m en $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ als α is de hoek met de afstand van 12 m.
3. Een s.p.* verplaatst zich tegelijkertijd in twee richtingen, die een hoek van 60° insluiten. Als in de ene richting een afstand van 8 m en in de andere richting een afstand van 4 m wordt afgelegd, wat is dan de werkelijk afgelegde afstand en onder welke hoek wordt deze afstand afgelegd? *(stoffelijk punt)
Antw: $4\sqrt{7}$ m en $\sin \alpha = \frac{1}{3}\sqrt{21}$ als α de hoek met de afstand van 4 m.
4. Een schip moet een rivier van 10 m breedte loodrecht overvaren. Tijdens de overtocht wordt het schip door de stroom 10 m in de richting van de stroom verplaatst. In welke richting moet het schip varen om precies loodrecht te varen? (let op: hier is de resultante van de verplaatsing de breedte van de rivier.)
Antw: onder 135° met de wal.
5. Een reiziger loopt in een rijdende trein van voor naar achter een afstand van 10 m. in dezelfde tijd verplaatst de trein zich over een afstand van 100 m. welke afstand heeft de reiziger in deze tijd afgelegd? Welke afstand legt de reiziger af als hij de afstand van 20 m in tegengestelde richting loopt?
Antw: 90 m en 110 m.
6. Een lichaam verplaatst zich tegelijkertijd 5 m in horizontale richting en 10 m in verticale richting. Wat is de resulterende verplaatsing? (grootte en richting.)
7. Een schip vaart vanuit een punt A naar een punt B aan de andere oever van de rivier. Het punt B ligt 250 m verder stroomafwaarts dan A . De breedte van de rivier is 50 m. In de tijd, die nodig is voor het overvaren, wordt het schip door de stroming 200 m verplaatst in de richting van de rivier. Onder welke hoek met de wal moet men het schip varen om van A naar B te komen?
8. Onder welke hoek met de wal moet men varen als het schip uit vraagstuk 7 onder dezelfde omstandigheden van B naar A vaart?
9. Een treinreiziger loopt in een trein een afstand van 50 m in de rijrichting van de trein. In dezelfde tijd rijdt de trein een afstand van 200 m. Welke afstand heeft de reiziger feitelijk afgelegd? Welke afstand zou de reiziger afgelegd hebben als hij tegen de rijrichting in liep?

R.T.

2 Mech Opgaven

Nadruk verboden

10. Twee vectoren maken een hoek 120 graden met elkaar. De ene vector heeft een grootte 5 en de andere een grootte 8. Bereken de resulterende vector (grootte en richting).

Antw: 7 en $\sin \alpha = \frac{5}{14}\sqrt{3}$

11. a. gegeven zijn de vectoren \vec{a} en \vec{b} zo, dat $\vec{a} = 2\vec{b}$. Wat betekent dit?
b. gegeven zijn de vectoren \vec{c} en \vec{d} zo, dat $c = d$. Wat betekent dit?

Antw: a. De vectoren \vec{a} en \vec{b} hebben dezelfde richting en vector \vec{b} is 2 x zo groot als vector \vec{a} .

b. De vectoren \vec{c} en \vec{d} hebben dezelfde grootte, doch over de hoektussen de beide vectoren is niets bekend.

12. Gegeven de vectoren \vec{a} en \vec{b} . $a = 2b = 3c$; de hoek tussen \vec{a} en \vec{b} is 180° . Wat weet men van de grootte van a en b als hun resultante 0 is?

Antw: De beide vectoren zijn even groot.

13. Van de vectoren \vec{a} en \vec{b} en \vec{c} is gegeven: $a = 2b = 3c$; de hoek tussen \vec{a} en \vec{b} is 90° , de hoek tussen \vec{a} en \vec{c} is 270° . Als de grootte van \vec{a} 20 is, bereken dan:

a. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; b. $\vec{a} - (\vec{b} + \vec{c})$; c. $-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; d. $-\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

Antw: Voor ieder geval is de grootte van de vector $20\sqrt{2}$. De hoeken die de gevraagde vectoren met de vector a maken zijn:

a. 315° ; b. 45° ; c. 225° ; d. 135° .

14. Van de vectoren \vec{a} , \vec{b} en \vec{c} is gegeven: $\vec{a} = 2\vec{b} = -3\vec{c}$ en $a = 10$. Bereken de grootte en de richting van:

$\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$; $\vec{e} = \vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$; $\vec{f} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $\vec{g} = \vec{a} + 4\vec{b} + 3\vec{c}$;
 $\vec{h} = 2\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$

Antw: $d = 10$, richting van \vec{d} is richting van \vec{a} dwz. \vec{d} en \vec{a} vallen samen;

$e = 10$, richting van \vec{e} is tegengesteld aan richting van \vec{a} ;

$f = 11\frac{2}{3}$, richting van \vec{f} is richting van \vec{a} ;

$g = 10$, richting van \vec{g} is richting van \vec{a} ;

$h = 0$, geen richting.

15. Van de volgende vectoren is α de hoek, die de vector maakt met de positieve richting van de horizontale as. bereken de horizontale en verticale componenten als van deze vectoren gegeven is:

Antw:

Vector	\vec{a}	\vec{b}	\vec{c}	\vec{d}	\vec{e}	\vec{f}
Hor. comp.	$5\sqrt{2}$	-2	-8	-3	0	$15\sqrt{3}$
Vert. comp.	$5\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	0	$-3\sqrt{3}$	-8	-15

16. Construeer de resultante van de vectoren \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} , \vec{e} en \vec{f} als hiervan gegeven is: $a = 10$, $b = 8$, $c = 4$, $d = 12$, $e = 8$ en $f = 6$. De hoeken die de vectoren maken met de positieve richting van de horizontale as zijn achtereenvolgens: $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 300^\circ$.

17. De vectoren \vec{a} , \vec{b} en \vec{c} liggen in een plat vlak. Van deze vectoren is gegeven: $a = 6$, $b = 9$ en $c = 12$; \vec{a} valt samen met de positieve horizontale richting. de hoek tussen \vec{a} en \vec{b} is 90° . De hoek tussen \vec{a} en \vec{c} is 270° . Bereken en teken de resulterende vector.



18. De vectoren \vec{a} en \vec{b} maken een hoek van 60° met elkaar; de grootte van \vec{a} is 2, de grootte van \vec{b} is 4. Bereken de vectoren: $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$; $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$ en $\vec{e} = 2\vec{a} + \vec{b}$.
19. De hoek tussen de vectoren \vec{a} en \vec{b} wordt aangegeven met $\angle(\vec{a}, \vec{b})$, tussen \vec{a} en \vec{c} met $\angle(\vec{a}, \vec{c})$ enz. (hoeken positief, d.i. antiklok draaiend van \vec{a} naar \vec{b} , resp. a naar c enz.). Gegeven is: \vec{a} is een vector met grootte 10, horizontaal naar rechts gericht; van \vec{b} is $b = 8$ en $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$; van \vec{c} is $c = 5$ en $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = 120^\circ$; van \vec{d} is $d = 12$ en $\angle(\vec{a}, \vec{d}) = 150^\circ$; van \vec{e} is $e = 16$ en $\angle(\vec{a}, \vec{e}) = 180^\circ$; van \vec{f} is $f = 20$ en $\angle(\vec{a}, \vec{f}) = 225^\circ$; van \vec{g} is $g = 4$ en $\angle(\vec{a}, \vec{g}) = 270^\circ$; van \vec{h} is $h = 12$ en $\angle(\vec{a}, \vec{h}) = 330^\circ$. Bereken de horizontale en verticale componenten van deze vectoren.
20. Gegeven is: $\vec{a} = 2\vec{b} = -4\vec{c}$ en $a = 36$. Bereken de vectoren: $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{e} = \vec{a} - 2\vec{c}$; $\vec{f} = \vec{a} - 4\vec{b}$; $\vec{g} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; $\vec{h} = -\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$.
21. Op een stoffelijk punt werken twee krachten, groot resp. 6 en 10 Newton. De hoek tussen de beide krachten is 120° . Bereken de kracht die evenwicht maakt met de beide gegeven krachten.
 Antw: $2\sqrt{19}$, voor de hoek α met kracht van 6 N geldt: $\sin \alpha = -\frac{5}{38}\sqrt{57}$
 ($180^\circ < \alpha < 270^\circ$).
22. gegeven zijn twee krachten die een hoek van 240° met elkaar maken. De ene kracht is $2 \times$ zo groot als de andere. Hun resultante heeft een grootte 12 N. Bereken de beide krachten.
 Antw: $8\sqrt{3}$ en $4\sqrt{3}$ N.
23. Op een s.p. werken de krachten K_1, K_2 en K_3 . K_1 en K_2 maken een hoek van 90° met elkaar, K_1 en K_3 een hoek van 210° . K_1 heeft een grootte van 5 N. de drie krachten zijn in evenwicht. Bereken K_2 en K_3 .
 Antw: $K_2 = 1\frac{2}{3}\sqrt{3}$ en $K_3 = 3\frac{1}{3}\sqrt{3}$.
24. Van een rechthoekige driehoek ABC is $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3$ cm en $AC = 4$ cm. In C werkt een kracht in een richting loodrecht op BC en in B een kracht in het verlengde van de zijde AB . De kracht in C is 10 N, die in B 8 N. Gevraagd:
 a. De grootte van de resultante van de krachten.
 b. De sinus van de hoek die de resultante met de richting AB maakt
 c. Het snijpunt D van de werklijn van de resulterende lijn AB .
 Antw: a. $2\sqrt{73}$; b. $\sin \alpha = \frac{3}{73}\sqrt{73}$; c. D ligt op het verlengde van BA op afstand $5\frac{1}{3}$ cm van A verwijderd.
25. Op een s.p. werken twee krachten in horizontale richting, beide naar rechts, van resp. 6 en 9 Newton en twee krachten in verticale richting waarvan een van 20 N naar boven en een van 5 N naar beneden. Bereken de resultante.
 Antw: $R = 15\sqrt{2}$ N; hoek met de horizontale krachten: 45° .
26. Op een s.p. werken twee krachten die een hoek van 135° met elkaar maken. De krachten zijn 6 en 4 Newton groot. Bereken de kracht die deze beide krachten opheft. (Antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.)

R.T.

4 Mech Opgaven

Nadruk verboden

27. Twee krachten die zich verhouden als 5 : 3 maken een hoek van 60° met elkaar. De resultante is 10 N . Bereken de beide krachten en de sinus van de hoek die de resultante met de grootste kracht maakt.
28. Op een s.p. werken de krachten K_1, K_2 en K_3 . K_1 en K_2 maken een hoek van 60° met elkaar. De drie krachten hebben een resultante 0. K_1 en K_2 zijn resp. 6 en 10 N . Bereken K_3 en de sinus van de hoek tussen K_1 en K_3 .
29. Gegeven is een gelijkzijdige driehoek ABC met zijden van 10 cm (A en B zijn resp. de linker- en rechter basishoek, C is de top). In C werkt een horizontale kracht naar rechts van $4\sqrt{3}\text{ N}$ en in B een kracht loodrecht op BC aan de kant van A van 8 N . Bepaal:
a. De grootte van de resultante.
b. De richting van de resultante.
c. Het snijpunt van de draaglijn (= werklijn) van de resultante en de lijn AB .
30. K_1 is een horizontale kracht met een grootte K , naar rechts gericht; K_2 is een kracht die met K_1 een hoek van 45° maakt en een grootte $3K$ heeft; K_3 is een kracht die met K_1 een hoek van 60° maakt en een grootte $2K$ heeft; K_4 is een kracht waarvoor geldt $K_4 = -2K_1$; K_5 is een kracht waarvoor geldt $K_5 = -2K_3$. Construeer de resultante van deze krachten.
31. Als in fig. 4,1 (les 4) gegeven is: $K_1 = 2\text{ N}$; $K_2 = 6\text{ N}$; $K_3 = 4\sqrt{2}\text{ N}$; $K_4 = 4\sqrt{3}\text{ N}$; $K_5 = 2\text{ N}$ en $\alpha_1 = 0^\circ$; $\alpha_2 = 60^\circ$; $\alpha_3 = 135^\circ$; $\alpha_4 = 210^\circ$; $\alpha_5 = 300^\circ$. Bereken dan de resultante van deze krachten.
Antw: $R = 4\sqrt{2}\text{ N}$; richting: onder 135° met K_1 .
32. In fig. 4,1 is: $K_1 = 2\sqrt{4}\text{ N}$; $K_2 = 12\text{ N}$; $K_3 = 6\sqrt{3}\text{ N}$; $K_4 = 8\text{ N}$; $K_5 = 10\sqrt{3}\text{ N}$ en $\alpha_1 = 45^\circ$; $\alpha_2 = 120^\circ$; $\alpha_3 = 150^\circ$; $\alpha_4 = 240^\circ$; $\alpha_5 = 330^\circ$. Bereken de resultante.
Antw: $R = 4\text{ N}$; hoek met positieve x -as is 90° .
33. Kracht K_1 van 10 N valt samen met de positieve richting van de x -as
Kracht K_2 van $2\sqrt{2}\text{ N}$ maakt met de positieve x -as een hoek van 45°
Kracht K_3 van 2 N valt samen met de positieve richting van de y -as
Kracht K_4 van $8\sqrt{3}\text{ N}$ maakt met de positieve x -richting een hoek van 150°
Kracht K_5 van $4\sqrt{6}\text{ N}$ ligt op de werklijn van K_1 doch is tegengesteld gericht aan K_1
Bereken de resultante.
Antw: $R = 8\text{ N}$, $\angle \alpha = 150^\circ$.
34. In een punt A van een vast lichaam werkt een kracht K_1 en in een punt B op 20 cm afstand van A een kracht K_2 . De kracht K_1 (12 N) maakt een hoek van 30° met de lijn AB , de kracht K_2 (10 N) staat loodrecht op AB . Bereken de resultante R als K_1 en K_2 beide aan dezelfde kant van AB liggen. Bepaal het aangrijppingspunt van de resultante R op de lijn AB .
**Antw: Verschuif K_1 en K_2 naar het snijpunt S der werklijnen en bepaal R' . $R' = ca. 19\text{ N}$.
Als φ de hoek is tussen R' en de richting van K_1 is $\sin \varphi = \frac{5}{19}\sqrt{3}$. Als α de hoek is tussen R en AB is $\alpha = \varphi + 30^\circ$. $\sin \alpha = \sin(\varphi + 30^\circ) = \sin \varphi \cos 30^\circ + \cos \varphi \sin 30^\circ = \frac{16}{19}$ (afger.).
Bereken in ΔABC de zijde AS ($= \frac{40}{3}\sqrt{3}$). Sinusregel in ΔACS geeft: $AC = 12,5\text{ cm}$.**



35. De resultante van 2 krachten is $10\sqrt{2} N$. De beide krachten sluiten een hoek in van 60° . De hoek tussen een van de krachten en de resultante is 45° . Bereken de beide krachten.
Antw: Teken de beide krachten en de resultante in een rechthoekig assenkruis, zo, dat een der krachten (K_1) met de x -as samenvalt. De componenten langs de assen zijn:
 horizontaal: K_1 ; $K_2 \cos 60^\circ$; $R \cos 45^\circ$. Verticaal: 0 ; $K_2 \sin 60^\circ$; $R \sin 45^\circ$.
 Nu is: $K_1 + K_2 \cos 60^\circ = R \cos 45^\circ$ en $K_2 \sin 60^\circ = R \sin 45^\circ$. Hieruit volgt:
 $K_1 = 4\frac{1}{4} N$ en $K_2 = 11\frac{1}{2} N$. (afgerond)
36. Een kracht K_1 van $2\sqrt{3} N$ maakt met de positieve richting van de x -as een hoek van 30° ; kracht K_2 van $2\sqrt{6} N$ een hoek van 135° ; kracht K_3 van $3\sqrt{6} N$ een hoek van 225° ; kracht K_4 van $10\sqrt{3} N$ een hoek van 300° . Bereken de grootte van de resultante en de tangens van de hoek die de resultante maakt met de x -as.
37. Kracht K_1 van $13 N$ valt samen met de positieve richting van de x -as.
 Kracht K_2 van $10 N$ valt samen met de positieve richting van de y -as.
 Kracht K_3 van $9\sqrt{2} N$ maakt met de positieve x -as een hoek van 135° .
 Kracht K_4 van $2 N$ valt samen met de negatieve richting van de x -as.
 Kracht K_5 van $6\sqrt{2} N$ maakt met de positieve x -as een hoek van 225° .
 Kracht K_6 van $9 N$ valt samen met de negatieve y -as.
 Bereken de resultante.
38. Op een vast lichaam liggen 3 punten A, B en C op een rechte lijn (B tussen A en C).
 $AB = 10 \text{ cm}$ en $BC = 15 \text{ cm}$. In A grijpt een kracht aan van $6\sqrt{2} N$ onder een hoek van 45° met AC ; in B een kracht van $6\sqrt{2} N$ onder een hoek van 135° met AC ; in C een kracht van $12\sqrt{3} N$ in het verlengde van AC . Bepaal de resultante.
39. Dezelfde opgave als nr. 34, maar nu liggen de beide krachten aan weerszijden van AB .
40. De componenten van een kracht K_1 zijn: horizontaal $+6 N$, verticaal $+8 N$.
 Een kracht K_2 van $15 N$ heeft een draaglijn loodrecht op de draaglijn van K_1 .
 De horizontale component van K_2 is positief. Bereken de resultante van de beide krachten.
41. Bepaal de resultante van twee evenwijdige gelijkgerichte krachten van $6 N$ en $10 N$ die op een afstand van 80 cm van elkaar liggen, construeer de resultante.
Antw: $16 N$; richting der gegeven krachten, aangrijpingspunt op 50 cm van de kracht van $6 N$ tussen beide krachten in.
42. Twee evenwijdige, tegengesteld gerichte krachten van $8 N$ en $12 N$ werken op een afstand van 1 m van elkaar. Bereken en construeer de resultante.
Antw: $4 N$; richting van de kracht van $12 N$, aangrijpingspunt op 2 m van kracht van $12 N$ buiten de beide krachten.
43. Op een horizontale rechte staaf AB die 125 cm lang is, werkt in A een kracht van $6 N$ naar boven. In C , dat op 15 cm van A ligt, werkt een kracht van $10 N$ naar beneden; in D , 50 cm van A , een kracht van $4 N$ naar boven; in E , op 75 cm van A een kracht van $5 N$ naar beneden en in B een kracht van $3 N$ naar beneden. Alle krachten staan loodrecht op AB . Construeer en bereken de kracht die nodig is om de staaf in evenwicht te houden.
Antw: Een kracht van $8 N$ naar boven gericht in een punt op $87,5 \text{ cm}$ van A .

R.T.

6 Mech Opgaven

Nadruk verboden

44. Een koppel bestaat uit twee krachten van elk 6 N . Het moment van het koppel is $1,2\text{ Nm}$. Bepaal de arm van het koppel en teken die.
Antw: $0,2\text{ m}$.
45. Een koppel heeft een moment van $-2,4\text{ Nm}$. De afstand tussen de beide krachten is $0,6\text{ m}$. Bepaal de krachten van dit koppel. Stel het daarna samen met een kracht van 8 N , evenwijdig aan de koppelkrachten die t.o.v. het midden van de arm van het koppel een moment $+1,6\text{ Nm}$ heeft.
Antw: Koppelkrachten: 4 N . de resultante is een kracht van 8 N die gelijkgericht is aan de gegeven kracht, doch daarvan 30 cm verwijderd.
46. Op een staaf van 36 cm lengte werken drie krachten in dezelfde richting loodrecht op de staaf. In het ene uiteinde werkt een kracht van 20 N , in het midden een kracht van 16 N en in het andere uiteinde een kracht van 12 N . Bereken en construeer de resultante (grootte, richting en plaats).
47. Op een staaf AB van 60 cm lengte werken vier evenwijdige krachten. De kleinste hoek tussen de krachten en de staaf is 60° . In A grijpt aan een kracht van 5 N , in B een kracht van 4 N . Op 20 cm afstand van A werkt een kracht van 7 N , op 45 cm afstand een kracht van 8 N . De krachten van 7 N en 8 N zijn tegengesteld gericht aan die van 5 N en 4 N . Construeer en bereken de resultante.
48. In een punt P op een afstand van 3 m van een punt O werkt een kracht van 6 N ; in een punt Q op een afstand van 8 m van O werkt een kracht van 12 N . De beide krachten zijn evenwijdig. De momenten van de beide gegeven krachten t.o.v. O zijn positief. Bereken het moment van ieder der krachten afzonderlijk t.o.v. O en het moment van de resultante t.o.v. O . Wat valt hierbij op?
49. Twee krachten K_1 en K_2 staan loodrecht op elkaar. Beide hebben hetzelfde aangrijpingspunt P . Op de werklijn van K_1 ligt een punt O , zo, dat $OP = 2\text{ m}$. $K_1 = 6\text{ N}$ en $K_2 = 8\text{ N}$; K_2 heeft een negatief moment t.o.v. O . Bereken en construeer:
a. de resultante van K_1 en K_2
b. De momenten van K_1 , K_2 en R t.o.v. O
50. In een rechthoekig assenkruis ligt een punt P met coördinaten $(8,15)$, afstanden in m . In P werkt een kracht van 4 N naar boven evenwijdig aan de y -as en een kracht van 3 N naar rechts evenwijdig aan de x -as. Bereken en construeer:
a. de resultante van de beide krachten
b. de momenten van de beide krachten en het moment van de resultante t.o.v. de oorsprong van het assenkruis. Wat valt hierbij op?
Opmerking: Voor het berekenen van de afstanden gebruik maken van gelijkvormige Driehoeken.
51. Een rechte staaf AB van 3 m lengte is met het uiteinde A scharnierend bevestigd aan een muur. In het uiteinde B werkt een verticale kracht van 20 N naar beneden. In het midden C van de staaf is een koord bevestigd dat met het andere uiteinde is vastgemaakt aan de muur in een punt boven A , zodat de lengte van het koord 2 m is. Bereken de reactiekracht (spankracht) in het koord als de staaf horizontaal blijft en de kracht waarmee de staaf tegen de muur drukt. (Gewicht van de staaf verwaarlozen.)

Antw: Spankracht is het koord $26\frac{2}{3}\sqrt{3}\text{ N}$. Kracht tegen de muur $13\frac{1}{3}\sqrt{3}\text{ N}$.



52. Een rechte staaf van 1.60 m is in het midden opgehangen aan een draad. Aan het ene uiteinde werkt een kracht van 10 N naar beneden en in het andere uiteinde een kracht van 15 N naar beneden. Waar moet men een kracht van 50 N naar beneden gericht aanbrengen om de staaf in evenwicht te houden?
- Antw:** 8 cm uit het ophangpunt aan de kant van de kracht van 10 N.
53. Wat is de resultante van een kracht van 10 N en een koppel met een moment van 8 Nm?
- Antw:** Dit is een kracht van 10 N die 80 cm naar links verschoven is als de gegeven kracht verticaal naar boven gericht is.
54. Welk koppel moet men aan een kracht 10 N toevoegen om deze kracht $\frac{1}{2}$ m te verplaatsen?
- Antw:** Teken de gegeven kracht (K_1) en de gevraagde kracht (K_3) op een afstand van $\frac{1}{2}$ m van elkaar. K_1 moet opgeheven worden door een kracht K_2 , gelijk doch tegengesteld aan K_1 . De krachten K_1 en K_3 vormen het gevraagde koppel. Moment hiervan is $+5 Nm$ of $-5 Nm$, het teken afhankelijk van de kant waarnaar de kracht verschoven is.
55. Gegeven is een rechthoekige driehoek ABC ($\angle A = 90^\circ$, $\angle B > \angle C$) met rechthoekszijden 30 en 40 cm. AD is de hoogtelijn op de schuine zijde. In B werkt een kracht van 10 N volgens BC in de richting van C , in D een kracht van 5 N volgens DA in de richting van A en in C een kracht van 13 N evenwijdig aan AB in een richting overeenkomstig de richting AB . Bereken de resultante (plaats, grootte en richting).
- Antw:** Teken de drie krachten over in eenzelfde aangrijpingspunt, ontbind ze in een horizontale en verticale component en stel deze samen tot de resultante $R = 2\sqrt{2} N$. Richting: hoek tussen horizontale richting en resultante is 315° . Som van de momenten van de krachten is moment van de resultante (t.o.v. A). $M_R = 2\sqrt{2} \times a = 400 Nm$, waaruit afstand van A tot de werklijn van de resultante $= a = 100\sqrt{2} cm = 141 cm$. Deze werklijn snijdt de lijn AB rechts van A .
56. Een horizontale staaf van 1 m lengte is in het midden ondersteund. 30 cm links van het midden werkt een kracht van 10 N naar beneden; aan het linker uiteinde een kracht van 8 N naar beneden en aan het andere uiteinde een kracht van 15 N naar beneden. Waar moet een kracht van 5 N naar beneden werken om de staaf horizontaal te houden?
57. Een horizontale staaf AB van 1.20 m is scharnierend bevestigd in A aan een vaste wand. In het midden van de staaf werkt een kracht van 6 N naar boven en in het vrije uiteinde een kracht van 6 N naar beneden. Op 30 cm vanaf het vrije uiteinde is een koord bevestigd dat 120 cm boven A aan de wand is vastgemaakt. Welke kracht werkt er in het koord en met welke kracht drukt de staaf tegen de wand?
58. Gegeven zijn twee koppels met een moment van resp. 8 Nm en $-12 Nm$ en een kracht van 4 N. Bepaal het moment van de resultante van de koppels en de kracht t.o.v. het aangrijpingspunt van de kracht van 4 N. Bepaal ook het moment van deze resultante t.o.v. een punt waarvoor het moment van de kracht van 4 N een waarde van 8 Nm heeft.

59. Men wil een horizontale naar rechts gerichte kracht van 7 N verplaatsen naar een punt 80 cm boven het aangrijpingspunt van de kracht. Welk koppel moet er aan toegevoegd worden? Dezelfde vraag, als de gegeven kracht 60 cm naar beneden verplaatst moet worden.
60. In een rechthoekig assenkruis grijpt in het punt $(3,0)$ een kracht van 9 N aan, richting loodrecht op de x -as naar boven. In het punt $(0, 4)$ grijpt aan een kracht van 3 N , die gericht is evenwijdig aan de x -as naar rechts. In het punt $(2, -4)$ grijpt aan een kracht van $6\sqrt{2}\text{ N}$, die een hoek van 135° met de positieve x -richting maakt. In het punt $(-4, 3)$ grijpt aan een kracht $3\sqrt{2}\text{ N}$, die een hoek van 315° maakt met de positieve x -richting.

De resultante van deze krachten wordt overgebracht naar de oorsprong van het assenkruis. Hoe groot is de resultante, welke hoek maakt deze met de positieve x -richting en welk koppel is nodig om de resultante naar de oorsprong over te brengen? (De afstanden zijn gegeven in m.)

61. Een stuk steen oefent een kracht van 100 N uit op een horizontale vloer. Er is een kracht van 25 N nodig om de steen van zijn plaats te krijgen. Bereken de wrijvingscoëfficiënt.
Antw: $f = 0,33$.
62. Een lichaam oefent op een horizontaal vlak een kracht uit van 60 N naar beneden. Om het van zijn plaats te krijgen, is een kracht nodig van minstens 40 N , werkend onder een hoek van 30° met het horizontale vlak. Bereken de wrijvingscoëfficiënt.
Antw: $f = 0,86$.
63. Een lichaam drukt op een horizontaal vlak met een kracht van 20 N . De wrijvingscoëfficiënt is $0,25$. Bereken de wrijving als op het lichaam een horizontale kracht werkt van 2 N . Hoe groot wordt de wrijving als deze kracht 5 N is en hoe groot als de kracht 10 N is? Wat zal er in deze drie gevallen met het lichaam gebeuren?
Antw: a. $W = 2\text{ N}$, lichaam blijft in rust.
b. $W = W_{max} = 5\text{ N}$, lichaam blijft nog net in rust.
c. $W = W_{max} = 10\text{ N}$, het lichaam beweegt in de richting van de kracht.
64. Een lichaam oefent een kracht uit van 10 N , verticaal naar beneden gericht. Het rust op een hellend vlak dat een hellingshoek van 30° heeft. De wrijvingscoëfficiënt is $0,4$. Bereken de kracht in de richting van het vlak werkend, die nodig is om het voor afglijden te behoeden.
Antw: $1,6\text{ N}$ langs het vlak naar boven gericht.
65. Een lichaam rust op een hellend vlak met een hellingshoek van 45° . Het gewicht wordt voorgesteld door een verticale kracht naar beneden van 50 N . Welke horizontale kracht moet men op het lichaam uitoefenen om het in evenwicht te houden? (De wrijvingscoëfficiënt is $\frac{1}{2}$.)
Antw: $16\frac{2}{3}\text{ N}$



Mech Opgaven

66. Een lichaam oefent op een horizontaal vlak een kracht uit van 60 N . De wrijvingscoëfficiënt is $0,4$. Welke horizontale kracht moet men op het lichaam uitoefenen om het in beweging te brengen?
67. a. Welke kracht is er op het lichaam van opgave 66 nodig, als men er bovendien nog een kracht van 30 N naar beneden op uitoefent?
 b. Hoe groot zou de kracht worden als de kracht van 30 N naar boven is gericht?
 c. Bepaal ook de kracht die nodig is voor het in beweging brengen van het lichaam als de kracht van 30 N onder een hoek van 60° met het horizontale vlak, schuin naar beneden wordt uitgeoefend (2 mogelijkheden).
68. Hoe groot is de hellingshoek van een vlak waarop een lichaam een kracht van 12 N loodrecht op het vlak uitoefent, terwijl er een kracht groter dan $4\sqrt{3}\text{ N}$ nodig is om het lichaam naar beneden te laten bewegen?
69. Op een hellend vlak met een hellingshoek van 30° ligt een voorwerp dat verticaal naar beneden een kracht van 30 N uitoefent. Hoe groot is de kracht langs het vlak, nodig om het voorwerp tegen de helling op te schuiven?
 a. als er geen wrijving is en
 b. als de wrijvingscoëfficiënt $0,3$ is.
70. Een lichaam wordt door de aarde aangetrokken met een kracht van 60 N . Het lichaam rust op een hellend vlak. Een horizontale kracht van $60\sqrt{3}\text{ N}$ kan het lichaam net in evenwicht houden. Hoe groot is de hellingshoek als er geen wrijving is en hoe groot is de reactiekracht door het vlak uitgeoefend?
71. Een s.p. hangt aan een dunne draad. De draad maakt een hoek van 30° met de verticaal. Op het s.p. werkt een kracht van 6 N verticaal naar beneden. Welke horizontale kracht moet er op het s.p. werken om het in deze stand te houden en hoe groot is de spankracht in de draad?
Antw: Horizontale kracht van 3 N . Spankracht $3\sqrt{3}\text{ N}$.
72. De uiteinden van 2 koorden van 3 en 4 m zijn bevestigd in de punten A en B . De afstand AB is 5 m . De beide andere uiteinden komen samen in C . In C werkt een kracht van 10 N verticaal naar beneden. Hoe groot is de spankracht in ieder koord?
Antw: Spankracht in koord van 3 m is 8 N en in koord van 4 m 6 N .
73. Een staaf AB van 1 m lengte hangt aan twee koorden die in A en C aan de staaf zijn bevestigd. Het punt C ligt 75 cm van A af. Het gewicht van de staaf werkt in het midden en wordt voorgesteld door een kracht van 8 N .
 a. Waar moet men een verticale kracht van 15 N laten werken om de staaf nog juist niet om C te laten kantelen?
 b. Hoe groot zijn in dat geval de spankrachten in de koorden?
 c. Hoe groot zijn de spankrachten in de koorden als de kracht van 15 N niet werkt?
Antw: a. $13\frac{1}{3}\text{ cm}$ vanaf C ; b. 23 N ; c. $2\frac{2}{3}\text{ N}$ en $5\frac{1}{3}\text{ N}$.

R.T.

10 Mech Opgaven

Nadruk verboden

74. Een cilinder staat op zijn grondvlak dat een straal heeft van 5 cm. Welke hoek moet het grondvlak met het horizontale vlak maken om de cilinder te laten kantelen? Het gewicht van de cilinder werkt in het zwaartepunt, d.i. het midden van de as van de cilinder.

Antw: 45° .

75. Een kist met afmetingen van 50, 75 en 100 cm staat met zijn grootste vlak op een horizontaal vlak. Hoe groot moet de hoek tussen het bodemvlak en het horizontale vlak worden om de kist te laten kantelen? Het zwaartepunt van de kist ligt in het snijpunt der lichaamsdiagonalen (2 antwoorden).

Antw: a. Als het lichaam kantelt om een ribbe van 75 cm kan de hoek α zijn. Voor α geldt $\tan \alpha = 2$.

b. Als het lichaam kantelt om een ribbe van 100 cm kan de hoek β zijn. Voor β geldt $\tan \beta = 1\frac{1}{4}$.

76. Een s.p. hangt aan een dunne draad. Op het s.p. werkt een kracht van 10 N naar rechts. Deze kracht maakt een hoek van 45° met de verticale richting. Welke kracht moet er verder nog op het s.p. werken om de draad een hoek van 60° met de verticale richting te laten maken en hoe groot wordt de spanning in de draad?

77. Een staaf van 1 m lengte hangt aan 2 draden die in de uiteinden zijn vastgemaakt. De draden zijn beide 50 cm lang en zijn bevestigd in 2 punten die 150 cm uit elkaar liggen. Het gewicht van de staaf werkt in het midden van de staaf en is 12 N groot. Bereken de spankracht in beide draden.

78. Een gewichtsloze horizontale staaf van 1 m is in het midden ondersteund. 20 cm vanaf een der uiteinden oefent men een kracht van 10 N naar beneden uit. Waar moet men een kracht van 20 N aanbrengen om evenwicht te maken?

79. Een kubus met ribben van 10 cm staat op een horizontaal vlak. Hoe ver kan men dit vlak laten hellen om de kubus te doen kantelen? De wrijving is zo groot dat de kubus niet naar beneden zal glijden. Als het gewicht van de kubus 10 N is, hoe groot zal dan de wrijvingscoëfficiënt minstens zijn?

80. Bereken onder welke hoek men een blok met afmetingen van 80, 40 en 150 cm moet zetten om het te laten kantelen (3 gevallen).

81. Van de krachten K_1 t/m K_5 worden in onderstaande tabel de horizontale en verticale componenten gegeven.
- a. Bereken de grootte van ieder van deze krachten en de hoek die ze met de x -as maken.
- b. Bereken de grootte en de richting van de resultante.

Gegevens:

<u>kracht</u>	<u>Hor. comp.</u>	<u>Vert. comp.</u>
K_1	20 N naar rechts	10 N naar boven
K_2	10 N naar rechts	10 N naar beneden
K_3	8 N naar links	5 N naar boven
K_4	6 N naar links	6 N naar beneden
K_5	6 N naar links	6 N naar boven



Mech Opgaven

82. Men wil een verticale kracht van 20 Newton 1 m naar rechts verschuiven. Welk koppel moet er aan toegevoegd worden?
83. Geef de definitie of een omschrijving van:
- een stoffelijk punt.
 - een vrije, glijdende en gebonden vector.
 - de resultante van enige krachten.
 - een koppel.
 - het moment van een kracht en van een koppel.
84. Ontbind een kracht van 64 N in 2 componenten evenwijdig aan de gegeven kracht, als de afstanden van de componenten tot de gegeven kracht 4 en 5 dm zijn. Hoeveel mogelijkheden zijn er?
85. Gegeven is een kracht K met een grootte van 10 N verticaal naar boven; een koppel met moment $M_1 = 20 Nm$ en een koppel met een moment $M_2 = -40 Nm$. Bepaal de resultante van de kracht en de koppels.
86. Een ladder steunt met het ene uiteinde op een horizontale vloer en met het andere uiteinde tegen een verticale wand. Bereken de kleinste hoek die de ladder met het horizontale vlak kan maken zonder uit te glijden als de wrijvingscoëfficiënt met de wand 0,3 en met de vloer 0,4 is. Het gewicht G van de ladder werkt in het midden van de ladder.
87. Een s.p. beweegt volgens de vergelijking: $s = t^2 + t - 1$ (s in m, t in sec). De beweging is rechtlijnig. Hoe ver is het punt van de oorsprong O verwijderd op $t = 0, 1, 2, 4$ en 6 sec?
Antw: 1 m links van O ; 1 m, 5 m, 19 m, en 41 m rechts van O .
88. Een s.p. beweegt rechtlijnig volgens: $s = \sin \alpha t$ (s in m, t in sec); α is een hoek die een waarde heeft van $30^\circ/sec$. Waar bevindt zich het punt op $t = 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 15$ sec? Wat voor bijzonders merkt u op bij deze beweging?
Antw: Resp. in O ; $\frac{1}{2}$ m, 0,85 m, 1 m, 0,85 m rechts van O ; in O ; 0,5 m, 1 m links van O ; 1 m rechts van O . Het is een beweging waarbij het s.p. beweegt tussen 2 punten 1 m van de oorsprong naar links en naar rechts verwijderd.
89. Een punt beweegt eenparig rechtlijnig. Op $t = 0$ sec is de snelheid 8m/sec. Welke weg heeft het punt afgelegd na 10 sec?
Antw: 80 m.
90. Een s.p. heeft in 50 sec een weg van 25 m afgelegd. Als het punt eenparig beweegt langs een rechte baan, hoe groot is dan zijn snelheid?
Antw: $\frac{1}{2}$ m/sec.
91. Een auto rijdt met een constante snelheid langs een rechte weg. Hoe groot is de snelheid in m/sec als in $\frac{1}{2}$ uur een weg van 108 km wordt afgelegd?
Antw: 20 m/sec.
92. Een trein rijdt met een snelheid van 90 km/h door een tunnel. De lengte van de trein is 100 m. Hoe lang is de tunnel als het 10 sec duurt voordat de gehele trein de tunnel gepasseerd is?
Antw: 150 m.

R.T.

12 Mech Opgaven

Nadruk verboden

93. Door een buis met een inwendige doorsnede van 1 cm^2 stroomt in een uur 80 l water. Met welke snelheid passeert het water de buis?
Antw: $\frac{2}{9} \text{ m/sec}$.
94. Een s.p. beweegt met een eenparige versnelde beweging. De beginsnelheid is 8 m/sec , de versnelling is 5 m/sec^2 . Wanneer heeft het s.p. een snelheid van 88 m/sec gekregen en welke weg heeft het dan afgelegd?
Antw: 16 sec en 768 m.
95. Een s.p. beweegt met een eenparig versnelde beweging en legt in 10 sec een weg af van 320 m . Hoe groot is de beginsnelheid als de snelheid na 10 sec 50 m/sec is? Hoe groot is de versnelling?
Antw: $v_0 = 14 \text{ m/sec}$; $a = 3,6 \text{ m/sec}^2$.
96. Een s.p. A vertrekt op $t = 0 \text{ sec}$ uit het punt O . De beweging van A is eenparig rechtlijnig, de snelheid is 20 m/sec . Op $t = 5 \text{ sec}$ vertrekt uit O een s.p. B in dezelfde richting met een eenparig versnelde beweging waarvan de beginsnelheid 20 m/sec is. Bereken de versnelling van B als dit s.p. het s.p. A inhaalt op 200 m afstand van O .
Antw: $2\sqrt{2} \text{ m/sec}^2$.
97. Twee punten A en B liggen 57 m uit elkaar. Uit A vertrekt een s.p. met een eenparige beweging in de richting van B . De snelheid van deze beweging is 10 m/sec . Tegelijkertijd vertrekt uit B een s.p. met een eenparig versnelde beweging zonder beginsnelheid in de richting van A . De versnelling van deze beweging is 6 m/sec^2 . Waar en wanneer zullen de beide s.p.-en elkaar ontmoeten?
Antw: 3 sec; 30 m.
98. Een s.p. beweegt volgens de vergelijking: $s = 2t^2 + 3t + 1$ (s in m , t in sec) langs een rechte lijn. Hoe lang is de weg die het punt na 2 , 4 , 5 en 10 sec heeft afgelegd?
99. Een s.p. beweegt langs een rechte baan volgens de vergelijking: $s = t^4 - 20t^2$ (s in m , t in sec). Bereken de plaats van het punt op $t = 0$, 1 , 3 , 4 , 5 en 6 sec .
100. Als een s.p. beweegt volgens de weglengtevergelijking: $s = 2t^2 - 4t$ (s in m , t in sec), wanneer zal het punt zich in de oorsprong bevinden?
101. Een s.p. beweegt volgens de vergelijking $s = 3 \sin \omega t$ (s in m , t in sec .) $\omega = 60^\circ/sec$. Waar bevindt het punt zich op: $t = 0$, $t = 2$, $t = 4$, $t = 5$, $t = 10$ en $t = 12 \text{ sec}$? Wat valt hierbij op? Wanneer is het punt op 3 m afstand rechts van de oorsprong en wanneer op 3 m afstand links van de oorsprong? (Antwoord: in 2 decimalen.)
102. Een lichaam dat eenparig beweegt, heeft na 20 sec een weg van 150 m afgelegd. Waar zal het punt na 50 sec zijn?
103. Uit O vertrekt een lichaam met een eenparige beweging waarvan de snelheid 6 m/sec is. 4 sec later vertrekt een ander lichaam uit O , ook met een eenparige beweging in dezelfde richting als het eerste. Het tweede lichaam haalt het eerste op $t = 10 \text{ sec}$ in. Hoe groot is de snelheid van het tweede lichaam?



Mech Opgaven

104. Een afstand van 800 km wordt afgelegd in 10 uur. Hoe groot is de gemiddelde snelheid?
105. Een trein van 150 m lengte rijdt over een brug van 300 m. De snelheid van de trein is 90 km per uur. Hoe lang duurt het voordat de gehele trein de brug gepasseerd is?
106. Door een buis stroomt in 10 min. $15,4 \text{ m}^3$ water. De ronde buis heeft een diameter van 7 cm. Wat is de snelheid van het water? $\pi = \frac{22}{7}$.
107. Een lichaam dat eenparig versneld beweegt, heeft een beginsnelheid van 12 m/sec . Het legt in 10 sec een weg van 620 m af. Bereken de versnelling en de eindsnelheid.
108. Een s.p. A vertrekt uit de oorsprong O met een eenparig versnelde beweging, zonder beginsnelheid, met een versnelling van 4 m/sec^2 . 5 sec later vertrekt uit hetzelfde punt in dezelfde richting een s.p. B met een beginsnelheid van 15 m/sec en een versnelling van 10 m/sec^2 . Waar en wanneer zal het s.p. B het s.p. A passeren?
109. Een trein die van een station vertrekt, heeft een afstand van 1 km nodig om op een snelheid van 90 km/uur te komen. Als de snelheid tijdens het aanzetten eenparig toeneemt, vraagt men de tijd die hiervoor nodig is en de versnelling.
110. Twee punten P en Q liggen op een afstand van 700 m van elkaar. Uit P vertrekt een lichaam met een eenparige beweging, waarvan de snelheid 25 m/sec is, naar Q . Uit Q vertrekt 10 sec later een ander lichaam eenparig versneld naar P . Van de eenparig versnelde beweging is de beginsnelheid 15 m/sec en de versnelling 20 m/sec^2 . Waar en wanneer ontmoeten de beide lichamen elkaar?
111. Een lichaam beweegt eenparig vertraagd. De vertraging is 2 m/sec^2 , $v_0 = 20 \text{ m/sec}$. Hoe groot zijn de snelheid en de afgelegde weg na 5 sec ?
Antw: 10 m/sec en 75 m .
112. Een lichaam met een eenparig vertraagde beweging heeft na 4 sec een snelheid van 36 m/sec . De vertraging is 4 m/sec^2 . Bereken de beginsnelheid.
Antw: 52 m/sec .
113. Een lichaam beweegt met een eenparig vertraagde beweging. Op $t = 0 \text{ sec}$ heeft het een snelheid van 40 m/sec . Na 3 sec heeft het een snelheid van 10 m/sec . bereken de vertraging en de afgelegde weg in 3 sec .
Antw: 10 m/sec^2 en 75 m .
114. Een s.p. A vertrekt uit een punt O met een snelheid van 75 m/sec . De beweging van A is eenparig vertraagd met een vertraging van 20 m/sec^2 . 10 sec na het vertrek van A vertrekt het s.p. B uit O . De beweging van B is eenparig versneld, de versnelling is 10 m/sec^2 . Het s.p. B heeft in O nog geen snelheid. Waar en wanneer haalt B A in?
Antw: Na 5 sec op afstand 125 m .
115. Een auto heeft een snelheid van 72 km/uur. Als de auto remt, is de vertraging 4 m/sec^2 . Hoe lang duurt het voordat de auto stilstaat en hoe lang is de remweg?
Antw: 5 sec ; 50 m .

R.T.

14 Mech Opgaven

Nadruk verboden

116. Een lichaam valt zonder beginsnelheid van een hoogte van 125 m. Met welke snelheid bereikt het de aarde en hoe lang valt het lichaam?
Antw: 50 m/sec; 5 sec.
117. Vanaf een grote hoogte valt een lichaam vrij, 3 sec later wordt uit hetzelfde punt een lichaam naar beneden geworpen met een beginsnelheid van 40 m/sec. Op welke afstand van het vertrekpunt zullen de beide lichamen in hetzelfde punt zijn en hoe lang duurde op dat moment het vallen van ieder lichaam?
Antw: 281,25 m; 7,5 sec en 4,5 sec.
118. Wat is de grootste hoogte die een lichaam bereikt als het met een snelheid van 20 m/sec van de grond af verticaal omhoog wordt geschoten?
Antw: 20 m.
119. Welke beginsnelheid moet een verticaal omhoog geworpen lichaam hebben om op een grootste hoogte van 45 m te komen? Hoe lang duurt het voordat het weer op de grond komt? Wanneer heeft het lichaam een snelheid van 5 m/sec?
(2 gevallen)
Antw: 30 m/sec; 6 sec; 2½ sec en 3½ sec.
120. Uit eenzelfde punt vallen twee lichamen. Het tweede begint te vallen als het eerste een afstand van 20 cm heeft afgelegd. Hoe groot is de afstand tussen de beide lichamen als het eerste een afstand van 20 m heeft afgelegd?
Beide valbewegingen zijn vrij.
Antw: 3,8 m.
121. Een lichaam met een eenparig vertraagde beweging heeft na 8 sec een snelheid van 60 m/sec en na 12 sec een snelheid van 40 m/sec.
Bereken de beginsnelheid, de vertraging en de tijd die het lichaam nodig heeft om tot stilstand te komen.
122. Een trein heeft een snelheid van 90 km/uur en heeft een afstand van 1250 m nodig om tot stilstand te komen. Tijdens het remmen is de beweging eenparig vertraagd.
Bereken de vertraging en de tijd nodig om tot stilstand te komen.
123. Een trein die met een snelheid van 90 km/uur rijdt, mag een brug passeren met een snelheid van 36 km/uur. De trein begint 1050 m voor het begin van de brug af te remmen, passeert de brug met een snelheid van 36 km/uur en heeft daarna weer een afstand van 1050 m nodig om op zijn oorspronkelijke snelheid van 90 km/uur te komen.
De lengte van de brug is 500 m en van de trein 100 m.
Bereken de tijd die de trein nodig heeft om zijn oorspronkelijke snelheid terug te krijgen.
124. Een lichaam wordt van een hoogte van 140 m naar beneden geworpen met een beginsnelheid van 60 m/sec. Na hoeveel tijd bereikt het lichaam de grond en wat is de eindsnelheid?



125. Een kogel wordt verticaal omhoog geschoten met een beginsnelheid van 300 m/sec . Wanneer is de kogel in zijn hoogste punt en hoe hoog ligt dit boven het vertrekpunt? Wanneer is de kogel op een hoogte van 4000 m en wat is dan de snelheid? (2 gevallen).
126. Twee lichamen vallen beide van een hoogte van 500 m . Het ene lichaam valt vrij, het andere heeft een beginsnelheid van 75 m/sec . Hoeveel sec na elkaar komen de lichamen op de grond als ze tegelijkertijd vertrekken?
127. Een lichaam vertrekt op $t = 0$ uit een punt A met een eenparige beweging en legt in 10 minuten een afstand van 360 m af. Op $t = 30 \text{ sec}$ vertrekt uit A een ander lichaam met een eenparig vertraagde beweging. De vertraging is $0,5 \text{ m/sec}^2$, de beginsnelheid $23,3 \text{ m/sec}$. Waar en wanneer haalt het tweede lichaam het eerste in en waar en wanneer haalt daarna het eerste lichaam het tweede weer in?
128. Een lichaam beschrijft een eenparig vertraagde rechte lijnige beweging. De beginsnelheid bedraagt 200 m/sec . Na een weg van 1000 m te hebben afgelegd ligt dit lichaam stil. Bereken de vertraging en de tijd die nodig is om deze weg af te leggen.
(Examen N.R.G. Radiotechnicus voorjaar 1954)
129. Een kogel wordt met een snelheid van 10 m/sec van de begane grond loodrecht omhoog geworpen. Op welke hoogte begint de kogel weer naar beneden te vallen? Luchtweerstand verwaarlozen. $g = 10 \text{ m/sec}^2$.
(Examen N.R.G. Radiotechnicus voorjaar 1955)
130. Een gewicht van 1 kg valt vrij van een hoogte van 100 m . Met welke snelheid bereikt het de grond? Stel de versnelling van de zwaartekracht $g = 10 \text{ m/sec}^2$.
(Examen N.R.G. Radiotechnicus voorjaar 1951)
131. Een kogel wordt van een hoogte van 250 m weggeworpen in horizontale richting met een beginsnelheid van 10 m/sec . Waar komt de kogel terecht en met welke snelheid?
Antw: In horizontale richting wordt 50 m afgelegd; de snelheid heeft een grootte van $10\sqrt{26} \text{ m/sec}$ en maakt een hoek φ met de horizontale as waarvoor $\tan \varphi = 5$.
132. Een lichaam wordt weggeworpen onder een elevatiehoek van 60° vanaf de grond. De beginsnelheid is $10\sqrt{3} \text{ m/sec}$. Bereken het hoogste punt, de tijd nodig om weer op de grond te komen en de werpwijdte.
Antw: Hoogste punt op $11,25 \text{ m}$; na 3 sec weer op de grond; werpwijdte $15\sqrt{3} \text{ m}$.
133. Een kogel wordt weggeslingerd onder een elevatiehoek van 45° . De beginsnelheid is $25\sqrt{2} \text{ m/sec}$. Wanneer bevindt de kogel zich op een hoogte van 30 m ? (2 gevallen).
Hoe lang is de horizontale afstand vanaf het vertrekpunt tot de punten waar het zich bevindt als de bereikte hoogte 30 m is?
Hoe groot is de snelheid in die punten?
Antw: Na 2 en 3 sec ; afstand resp. 50 en 75 m ; snelheid heeft in beide gevallen een grootte $25\sqrt{26} \text{ m/sec}$ en maakt in beide gevallen een hoek φ met de horizontale richting waarvoor $\tan \varphi = \frac{1}{5}$, in het eerste geval schuin omhoog en in het tweede geval schuin naar beneden.

R.T.

16 Mech Opgaven

Nadruk verboden

134. Men wil een kogel afschieten naar de top van een mast die 20 m hoog is. Hoe ver moet men van het voetpunt van de mast verwijderd zijn als de kogel onder een hoek van 60° wordt weggeschoten met een beginsnelheid van $25\sqrt{3} \text{ m/sec}$ (2 gevallen).

Antw: 21,25 m of 85 m.

135. Wat is de grootste schootsafstand van een kanon dat een kogel afschiet met een snelheid van 500 m/sec . Onder welke hoek moet men dit kanon afvuren als men een punt op de grond wil treffen dat juist op de helft van de grootste schootsafstand ligt?

Antw: Schootsafstand 25000 m; elevatiehoek 15° .

136. Een kogel wordt op een hoogte van 20 m horizontaal weggeschoten met een beginsnelheid van 400 m/sec . Waar komt de kogel terecht?

137. Een waterstraal komt uit een horizontale buis die op een hoogte van 5 m ligt. Het water komt 5 m verder op de grond terecht. Met welke snelheid komt het water uit de buis?

138. Een lichaam wordt weggeschoten onder een elevatiehoek van 30° . Hoe groot moet de beginsnelheid zijn als het hoogste punt van de baan op 80 m hoogte ligt?
Bereken ook de schootsafstand.

139. Wanneer zal een kogel die met een beginsnelheid van $400\sqrt{2} \text{ m/sec}$ wordt afgeschoten onder een elevatiehoek van 45° een punt treffen dat op een hoogte 3500 m boven de aarde ligt? (2 gevallen).

140. Bepaal het hoogste punt en de snelheid in dit punt van een kogel die onder een hoek van 45° met de horizontale richting wordt afgeschoten en een schootsafstand van 32 km heeft.

141. Een s.p. beweegt zich eenparig in een cirkel met een straal 21 cm. Het aantal omwentelingen per seconde is 20. Bereken de lineaire snelheid, hoeksnelheid en centripetale versnelling ($\pi = \frac{22}{7}$).

Antw: 2,64 m/sec; 0,285 rad/sec; 0,57 m/sec².

142. Een s.p. doorloopt een cirkel met een constante lineaire snelheid van 2 m/sec . De straal van de cirkel is 7 m.

Bereken de omlooptijd, hoeksnelheid en centripetale versnelling.

Antw: 22 sec; 0,285 rad/sec; 0,57 m/sec².

143. Een trein rijdt met een constante snelheid van 72 km per uur door een bocht die een straal van 300 m heeft.

Bereken de centripetale versnelling.

Antw: 1,3 m/sec².

144. Een s.p. beweegt eenparig volgens een verticaal staande cirkelvormige baan. Op tijd $t = 0 \text{ sec}$ bevindt het punt zich in het hoogste punt van de baan. Waar zal het zich bevinden na 3 sec als de straal van de cirkel 21 cm is en de hoeksnelheid $\frac{1}{3}\pi \text{ rad/sec}$?

Antw: In het laagste punt van de baan.



Mech Opgaven

145. Een s.p. voert een harmonische beweging uit op een horizontale lijn. Het beweegt tussen de beide uiterste punten A en B die 2 m van elkaar liggen. Op tijd $t = 0$ bevindt het zich in het midden M van AB . Op $t = 0$ sec heeft het een snelheid van 3 m/sec in de richting van A . Wanneer is het voor de eerste keer in A en B ? Hoe groot zijn de snelheden en de versnellingen in deze punten? Waar bevindt zich $\frac{1}{4}\pi$ sec na het begin van de beweging en welke snelheid en versnelling heeft het dan?

Antw: In A na $0,52$ sec; snelheid 0 m/sec; versnelling -9 m/sec².

In B na $1,57$ sec; snelheid 0 m/sec; versnelling $+9$ m/sec².

Na $\frac{1}{4}\pi$ sec $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ m vanaf M in de richting van A , snelheid $-1\frac{1}{2}$ m/sec; versnelling $4\frac{1}{2}\sqrt{2}$ m/sec².

146. Een s.p. heeft een eenparige cirkelbeweging. De straal van de cirkel is 5 m. In 10 sec legt het s.p. een afstand langs de cirkelomtrek af van 100 m. Bereken de lineaire snelheid, de hoeksnelheid en de centripetale versnelling.
147. Een s.p. doorloopt een cirkel met een constante hoeksnelheid van 30° per seconde. De straal van de cirkel is 6 m. bereken de lineaire snelheid, de centripetale versnelling, de omloopstijd en de frequentie.
148. Een tol maakt 50 omwentelingen per seconde. Welke lineaire snelheid heeft een punt op 2 cm van de as en hoe groot is de hoeksnelheid?
149. Een s.p. voert een harmonische beweging uit tussen twee punten A en B die 4 m uit elkaar liggen. Op $t = 0$ bevindt het zich in het midden M van AB . Waar heeft het s.p. een snelheid van 0 m/sec en waar heeft het een versnelling van 0 m/sec²?
150. Welke uitwijking, snelheid en versnelling heeft het s.p. uit opgave 149 na 4, 8 en 20 sec? De snelheid op $t = 0$ sec is $\frac{\pi}{8}$ m/sec. (antw. in 3 decimalen.)
151. Een lichaam hangt aan een 1 m lang koord waarvan het gewicht verwaarloosd mag worden. Men laat het koord een hoek van 10° maken met de evenwichtstoestand (koord verticaal) en laat het dan los. Over welke afstand zal het voorwerp gaan slingeren en met welke frequentie?

Antw: Zie fig. 14,1 uit les 14. Slingerwijdte = lengte boog $BC = \frac{2\alpha}{2\pi}$ -ste deel van de omtrek van de cirkel met straal l cm (α in radialen) = $2\alpha l = 2 \times \frac{1}{18}\pi \times 1 = 0,35$ m.

Slingertijd: $T = \pi \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{\pi}{\pi} = 1$ sec. Frequentie: $f = \frac{1}{T} = 1$ Hz.

152. Hoe groot is de slingertijd van een enkelvoudige slinger met een slingerlengte van 1.60 meter?

Antw: $1,356$ sec.

153. Een enkelvoudige slinger heeft een slingertijd van 8 sec. Hoe groot is de slingerlengte?

Antw: 64 cm.

R.T.

18 Mech Opgaven

Nadruk verboden

154. Een enkelvoudige slinger heeft een lengte l . Hoe lang moet de slinger worden om de slingertijd te verdubbelen?

Antw: $l' = 4l$.

155. Een slinger heeft een slingertijd van T sec. Hoe groot wordt de slingertijd als de slingerlengte de helft wordt?

Antw: $T = \frac{1}{2}T\sqrt{2}$ sec.

156. Een slinger heeft een amplitude van 5° en een slingerwijdte van 5 cm. Bereken de slingerlengte.

157. Bereken de slingertijd van de slinger uit opgave 156.

158. Een mathematische slinger heeft een slingertijd van 10 sec. Hoe groot is de slingerlengte?

159. Een enkelvoudige slinger heeft een lengte l . Hoe lang moet men de slingerlengte maken om de slingertijd te halveren?

160. Een slinger heeft een slingertijd van T seconden. Hoe groot wordt de slingertijd als de slingerlengte $9 \times$ zo groot wordt?

161. Twee s.p.-en vertrekken tegelijkertijd uit een punt A naar een punt B . De afstand AB is 320 m. Het ene s.p. heeft een eenparig versnelde beweging; het heeft in A nog geen snelheid, de versnelling is 10 m/sec^2 . Het andere s.p. heeft een eenparige beweging. Hoe groot is de snelheid van het tweede s.p. als de beide s.p.-en op hetzelfde moment in B aankomen?

162. Een s.p. beweegt in een verticaal staand plat vlak volgens een baan die bestaat uit een recht gedeelte AB en een cirkel. De cirkel raakt met het laagste punt in B aan de rechte lijn. Het rechte deel AB is 16 m lang, de straal van de cirkel 3,5 m. Het s.p. beweegt van A naar B en volgt daarna de cirkel waarin het blijft rondlopen. Op het rechte deel is de beweging van het s.p. eenparig versneld, in het cirkelvormige deel is de beweging eenparig.

Van de eenparig versnelde beweging is de beginsnelheid 5 m/sec en de versnelling is 3 m/sec^2 .

De lineaire snelheid van de eenparige beweging is gelijk aan de snelheid van de eenparig versnelde beweging in B .

Gevraagd: Na hoeveel seconden komt het s.p. voor de derde keer in B en hoe groot is de centripetale versnelling op dit moment?

163. Een bal rolt volgens een rechte lijn over een horizontaal tafelblad en legt een afstand van 4 m af voordat hij van de tafel rolt. De tafel is 1,25 m hoog. Door de wrijving tussen de bal en de tafel wordt de beweging eenparig vertraagd. De beginsnelheid is 5 m/sec , de vertraging 3 m/sec^2 . Nadat de bal van de tafel is losgekomen wordt de beweging in horizontale richting niet meer vertraagd of versneld. Door de aantrekkingskracht van de aarde komt de bal enige tijd later op de grond.

Waar en wanneer zal dat zijn en hoe luidt de vergelijking van de baan die de bal volgt nadat hij de tafel heeft verlaten?



164. Bij een eenparige cirkelbeweging is de hoekfrequentie $\frac{1}{6}\pi \text{ rad/sec}$ en de lineaire snelheid $1,1 \text{ m/sec}$. Gevraagd de uitwijking en de snelheid van de projectie van het bewegende punt op een middellijn van de cirkel 7 sec na het begin van de beweging. Op $t = 0 \text{ sec}$ is de projectie van het bewegende punt op deze middellijn juist in het middelpunt van de cirkel. (N.B. Neem voor $\pi = \frac{22}{7}$ en $\sqrt{3} = 1\frac{8}{11}$.)
165. Van een 100 m hoge toren werpt men een voorwerp weg onder een elevatiehoek van 52° . ($\sin 52^\circ = 0,8$). Het voorwerp komt op 60 m van de voet van de toren op de grond terecht. Wat is de grootste hoogte boven de grond die het voorwerp bereikte?
166. Een lichaam met een massa van 8 kg krijgt door de kracht die er op werkt een versnelling van 10 m/sec^2 . Hoe groot moet de kracht zijn?
- Antw: 80 N .**
167. Een lichaam met een massa van 18 kg heeft op $t = 0 \text{ sec}$ nog geen snelheid. Na 30 sec is de snelheid 10 m/sec geworden. Hoe groot is de kracht die er op het lichaam werkt als de snelheid gelijkmatig toeneemt?
- Antw: 6 N .**
168. Een lichaam met een massa van 12 kg beweegt met een eenparige beweging, snelheid 4 m/sec . Men laat er gedurende 3 seconden een kracht van 6 N op werken in de richting van de beweging. Hoe groot is de snelheid van het lichaam als de kracht ophoudt te werken? Welke weg legt het lichaam af in deze 3 seconden?
- Antw: $5\frac{1}{2} \text{ m/sec}$; $14,25 \text{ m}$.**
169. Hoe groot is de kracht waarmee men remt als een auto van 1000 kg (massa) die rijdt met een snelheid van 72 km na 50 m tot stilstand komt?
- Antw: 4000 N .**
170. Hoe groot is de aantrekkingskracht van de aarde op een lichaam met een massa van 100 kg aan de polen ($g = 9,832 \text{ m/sec}^2$) en aan de evenaar ($g = 9,780 \text{ m/sec}^2$)?
- Antw: $983,2 \text{ N}$ en 978 N .**
171. Een aantal wagons die een totale massa van $2 \cdot 10^5 \text{ kg}$ heeft, wordt voortgetrokken door een locomotief die in 3 minuten de trein vanuit stilstand op een snelheid van 90 km per uur brengt. In hoeveel tijd kan dezelfde locomotief aan een aantal wagons met een totale massa van $4 \cdot 10^5 \text{ kg}$ een snelheid van 72 km per uur geven?
- Antw: $4,8 \text{ min}$.**
172. Een lichaam met een massa van 5 kg wordt verticaal omhoog geworpen met een beginsnelheid van 20 m/sec . De maximum hoogte die het lichaam bereikt, is te gevolge van de luchtweerstand 15 m . Bereken de grootte van deze weerstand.

Antw: $16\frac{2}{3} \text{ N}$.

173. a. In welke eenheid drukt men het gewicht van een lichaam uit in het (praktische Giorgi-stelsel) en in welke eenheid de massa van een lichaam?
- b. Welke grootte meet men met een veerbalans?
Een veerbalans bestaat uit een verticale spiraalveer die aan de bovenzijde vast is bevestigd en aan de onderkant is voorzien van een inrichting om een voorwerp aan te bevestigen. Door het aanhangen van het voorwerp rekt de veer uit. Zolang de veer door overbelasting geen blijvende vormverandering krijgt, zal de uitrekking evenredig zijn met de op de veer werkende kracht.
- c. Welke grootte meet men met een gewone balans?
Een gewone balans bestaat uit een horizontaal juk dat om een punt iets boven het zwaartepunt kan draaien. De afstanden van het draaipunt tot aan de uiteinden van het juk zijn bij een eenvoudige uitvoering van de balans gelijk. Aan de uiteinden van het juk hangen gewoonlijk twee schalen. Op een hiervan plaatst men het voorwerp, op het andere zoveel "gewichten" als nodig zijn om evenwicht te maken (juk in horizontale stand).
- d. Wat neemt men waar als hetzelfde lichaam "gewogen" wordt met een veerbalans en met een gewone balans, eerst op de evenaar en daarna op een der polen op de aarde? Op beide plaatsen worden dezelfde instrumenten met toebehoren gebruikt.
174. Op een lichaam met een massa van 15 kg werkt een constante kracht van 4 N. Hoe groot is de versnelling die het lichaam krijgt?
175. Een lichaam met een massa van 2 kg heeft een constante snelheid van 25 m/sec. Op een zeker ogenblik gaat er een kracht op werken die zo groot is, dat 10 sec later de snelheid aangegroeid is tot 60 m/sec. Hoe groot is die kracht?
176. Hoe groot is de kracht die men op een lichaam met massa 1500 kg moet laten werken om in een tijd van 10 minuten de snelheid van 3 km/minuut terug kan brengen tot een snelheid van 0,6 km/min.?
177. Een lichaam met een massa van 10 kg valt vrij van een hoogte van 5 m. Onder invloed van de luchtwrijving bereikt het de aarde na $1\frac{1}{4}$ sec. Hoe groot is de wrijving?
178. Een locomotief met een massa van 50 000 kg heeft een snelheid van 10 m/sec. Tijdens het remmen legt de locomotief in 4 sec nog een weg af van 20 m. Met welke constante kracht wordt er geremd?
179. Een bal rolt over een hellend vlak dat een hoek van 30° maakt met een horizontaal vlak. De massa van de bal is 0,1 kg. Hoe groot is de kracht die de bal naar beneden doet rollen als er geen wrijving is?
180. Op een lichaam dat in rust verkeert, gaat een kracht werken van 48 N. Na 5 sec is de afgelegde weg 300 m. Hoe groot is de massa van het lichaam en met welke kracht wordt het door de aarde aangetrokken?



Mech Opgaven

181. Een lichaam heeft een eenparige cirkelbeweging. De straal van de cirkel is 10 cm; de massa van het lichaam is 2 kg en de lineaire snelheid 5 m/sec. Hoe groot is de centripetale kracht?
Antw: 50 N.
182. Een steen met een massa van 1 kg wordt aan een koord van 2 m lengte rondgeslingerd. Het koord kan een kracht van 20 N verdragen voordat het breekt. Bij welke hoeksnelheid zal het breken?
Antw: $\omega = \pi/\text{rad}$.
183. Een lichaam met een massa van 10 kg ligt op een horizontaal ronddraaiende schijf, 1 m van het middelpunt van de schijf verwijderd. De wrijvingscoëfficiënt tussen het lichaam en de schijf is 0,4. Met welke hoeksnelheid moet de schijf draaien om het lichaam radiaal (volgens de straal) te laten bewegen?
Antw: 2 rad/sec.
184. Op een lichaam werkt een kracht van 5 N. In 10 sec wordt een weg afgelegd van 8 m in de richting van de kracht. Hoe groot is de verrichte arbeid?
Antw: 40 Nm.
185. Op een lichaam werkt een kracht van 30 N. De kracht maakt een hoek van 60° met de richting waarin het lichaam beweegt. Welke arbeid wordt er verricht als de afgelegde weg 100 m is?
Antw: 150 Nm.
186. Een vliegwiël met een diameter van 50 cm draait eenparig. De frequentie is 10 Hz. De massa van het wiel, die verondersteld wordt te zijn gecontroleerd aan de omtrek van het wiel, is 5 kg. Bereken de centripetale kracht.
187. Als men aan een touw van 1 m lengte een massa van 5 kg hangt, breekt het. Men slingert met eenzelfde touw (lengte 1 m) de massa van 5 kg rond in een horizontaal vlak. Met welke frequentie moet men dit doen om het touw te laten breken?
188. Een draaitafel maakt 78 omw./min. Men legt er een voorwerp op; de wrijvingscoëfficiënt tussen het voorwerp en de draaitafel is 0,4. Op welke afstand van de as moet men het voorwerp plaatsen als het er niet afgeslingerd mag worden?
189. Op een lichaam werkt een kracht van 6 N en een kracht van 8 N. De beide krachten maken een hoek van 90° met elkaar. Het lichaam beweegt in de richting van de resultante van deze beide krachten en legt een afstand van 80 cm af.
Hoe groot is de door de krachten verrichte arbeid?
190. Op een lichaam werken twee krachten op 0,1 m afstand van elkaar. De krachten zijn resp. 8 en 4 N groot, hun draaglijnen zijn evenwijdig, de krachten zijn echter tegengesteld gericht. De verbindingslijn tussen de aangrijpingspunten van de krachten maakt een hoek van 60° met de draaglijnen van de krachten.
Het lichaam kan zich uitsluitend verplaatsen langs de verbindingslijn tussen de aangrijpingspunten. Hoe groot is de arbeid die door de beide krachten wordt verricht als het lichaam zich 1 m verplaatst?

R.T.

22 Mech Opgaven

Nadruk verboden

191. Een wagen met een massa van 600 kg wordt vanuit stilstand gebracht op een snelheid van 18 km/h in 12 sec. Welke kracht is hiervoor nodig, welke arbeid (in J en in Wh) wordt er in die 2 sec verricht en hoe groot is het vermogen (in kW) van de trekkracht?

Antw: $K = 1500 N$; $A = 7500 J = 2 \frac{1}{12} Wh$; $P = 3,75 kW$.

192. Nadat de wagen uit opgave 191 op een snelheid van 18 km/h is gekomen wordt de trekkracht weggenomen. De wagen gaat nu door de weerstand eenparig vertraagd bewegen en staat na 2 minuten weer stil. Welke arbeid (in J) wordt er door de remmende kracht verricht? Welk vermogen in W heeft de remmende kracht?

Antw: $A = 7500 J$; $P = 62,5 W$.

193. Hoe groot is de arbeid die een kracht verricht als deze in 10 sec de snelheid van een massa van 2 kg opvoert van 20 m/sec tot 40 m/sec? Wat is het vermogen van deze kracht?

Antw: 120 W.

194. Een lichaam van 100 kg valt vrij van een hoogte van 500 m. Welke arbeid wordt er door de zwaartekracht verricht en welk vermogen heeft de zwaartekracht?

Antw: $A = 5 \cdot 10^5 J$; $P = 50 kW$.

195. Een lichaam met een massa van 5 kg glijdt van een hellend vlak. De beginsnelheid is 0 m/sec, de hellingshoek is 30° en de wrijvingscoëfficiënt is 0,2. Hoeveel arbeid wordt er verricht en hoe groot is het vermogen als het lichaam een weg van 2 m aflegt?

Antw: $A = 33 J$; $P = 30 W$.

196. Een hijswerktuig heft in 5 sec een massa van 2700 kg 10 m omhoog. Hoeveel arbeid verricht de kraan en welk vermogen heeft de motor van de installatie als het rendement 80% is?

Antw: $A = 75 kWh$; $P = 6,75 kW$.

197. Een pomp wordt aangedreven door een elektromotor met een vermogen van 2 kW. Hoeveel m^3 water kan men in een uur met deze pomp tot een hoogte van 25 m oppompen?

Antw: 28,8 m^3 water.

198. Een motor van 44 kW en een rendement van 75% heft een last met een snelheid van 6 m/min. Bereken de massa van de last.

Antw: 3300 kg.

199. Een kracht van 10 N geeft aan een lichaam met een massa van 4 kg in 14 sec een snelheid van 8 m/sec. Bereken de arbeid (in J) die de kracht verricht en het vermogen (in W).

200. Een lichaam van 6 kg glijdt door een goot die 15 m lang is en onder een helling van 30° staat. De wrijvingscoëfficiënt is $\frac{1}{12}\sqrt{3}$. Bereken de verrichte arbeid (in J) en het geleverde vermogen (in W).

201. Een lichaam van 18 kg valt van een zekere hoogte met een beginsnelheid van 25 m/sec. Na 5 sec is het lichaam op de grond. Hoeveel arbeid (in J) verricht de zwaartekracht en wat is zijn vermogen?



Mech Opgaven

202. Een hefkraan hijst in 15 sec een last van 30 000 kg 9 m omhoog. Hoeveel arbeid (in J en in kWh) verricht de kraan en hoe groot is zijn vermogen (in kW)?
203. Een elektrotakel heeft een vermogen van 1 kW . Men heft er een last met een massa van 1000 kg 10 m mee omhoog. Hoe lang duurt het heffen van deze last?
204. Een wagentje met een massa van 100 kg wordt door een elektromotor met een rendement van 80% tegen een helling van 30° opgetrokken. Hoeveel kWh verbruikt deze motor als de afgelegde weg 100 m bedraagt?
($g = 10 \text{ m/sec}^2$, wrijving mag verwaarloosd worden).
(Examen N.R.G. Radiotechnicus najaar 1956)
205. Men wil in een uur 50 m^3 water oppompen tot een hoogte van 18 m. Welk vermogen moet de installatie hebben als het rendement 80% is?
206. Een as maakt 80 omwentelingen per minuut. Het moment van het koppel dat er op werkt, is 21 Nm . Bereken het door de as geleverde vermogen.
Antw: 176 W
207. Aan een as wordt een vermogen van 1,1 kW toegevoerd. De as maakt dan 80 omwentelingen per minuut. Welk koppel werkt er op de as?
Antw: Koppel met moment 131,25 Nm.
208. Op een as werkt een koppel van 30 Nm . Het toegevoerde vermogen is 2,64 kW . Bepaal het aantal omwentelingen per minuut van de as.
Antw: 14 omw/min.
209. Een elektromotor heeft een vermogen van 5 pk . Wat is het vermogen uitgedrukt in eenheden van het Giorgi-stelsel en in het c.g.s.-stelsel?
Antw: $750 \text{ W} = 75 \cdot 10^8 \text{ erg/sec}$.
210. Hoeveel vermogen in Nm/sec komt overeen met 1 pk als $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$?
Antw: 735 Nm/sec.
211. Een as maakt 7 omwentelingen per seconde. Er werkt een moment van $\frac{1}{2} Nm$ op. Bereken het vermogen van de as.
212. Een as maakt $1\frac{3}{4}$ omwentelingen per minuut. Er wordt een vermogen van $5\frac{1}{2} kW$ aan toegevoerd. Bepaal het koppel dat op de as werkt.
213. Welke last kan een hijsmotor van 6 pk in $\frac{1}{2}$ minuut tot een hoogte van 25 m ophijzen als het rendement 75% is?
214. Een voorwerp wordt door een kracht van 30 N over een afstand van 1 km verplaatst in 10 min. Hoe groot is het vermogen in pk van de krachtbron?
215. Hoeveel kWh arbeid levert een motor van 8 pk in 5 uur als voor $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$ wordt aangenomen?

R.T.

24 Mech Opgaven

Nadruk verboden

216. Een trein van 20 ton (20 000 kg) rijdt met een constante snelheid van 90 km/h. Hoe groot is het arbeidsvermogen van beweging? Is het arbeidsvermogen steeds constant of verandert dit?

Antw: $625 \cdot 10^4 \text{ Nm}$; Blijft constant want de snelheid is constant.

217. Een lichaam met een massa van 6 kg beweegt eenparig versneld langs een rechte lijn; het heeft geen beginsnelheid, de versnelling is 40 m/sec^2 . Hoe groot is de arbeid die de kracht die er op moet werken, verricht heeft na 10 sec? Hoe groot is de kinetische energie na 10 sec en hoe groot na 12 sec? Is de kinetische energie van deze massa constant of veranderlijk?

Antw: Na 10 sec $A = 48 \cdot 10^4 \text{ Nm}$; $E_k = 48 \cdot 10^4 \text{ Nm}$; na 12 sec $E_k = 69,12 \cdot 10^4 \text{ Nm}$.
 E_k is veranderlijk want v_t verandert.

218. Uit een punt P vertrekken tegelijkertijd 2 lichamen, beide met een massa van m kg. Het ene lichaam beweegt eenparig met een snelheid $v \text{ m/sec}$. Het andere lichaam beweegt eenparig versneld met een beginsnelheid van $v_0 \text{ m/sec}$ en een versnelling van $a \text{ m/sec}^2$. Na hoeveel sec is de kinetische energie van de beide lichamen gelijk?

Antw: na $t = \frac{v - v_0}{a} \text{ sec}$.

219. Een massa van 2 kg bevindt zich 100 m boven de grond. Hoe groot is de potentiële energie op die hoogte, hoe groot is de potentiële energie als de massa 2 sec vrij gevallen is en hoe groot is op dat moment de kinetische energie?

Antw: 2000 Nm ; 1600 Nm en 400 Nm .

220. Een massa van m kg wordt op een hoogte van 20 m met een beginsnelheid van 5 m/sec naar beneden geworpen. Hoe lang duurt het voordat de potentiële energie tot de helft van die op 20 m hoogte is verminderd?

Antw: 1 sec .

221. Een massa van 2 kg wordt weggeworpen in horizontale richting met een snelheid van 15 m/sec op een hoogte van 20 m boven de grond. Hoe groot zijn de snelheid en de kinetische energie van deze massa bij het bereiken van de grond?

222. Een massa van m kg beweegt eenparig met een snelheid van $v \text{ m/sec}$. Bereken de arbeid, verricht door de kracht die de beweging in stand houdt na $t \text{ sec}$ en de kinetische energie op het moment 0 sec en op $t \text{ sec}$.

223. Een massa van m kg beweegt eenparig versneld. De beginsnelheid is $v \text{ m/sec}$, de versnelling is $a \text{ m/sec}^2$. Bereken de arbeid verricht door de kracht die de beweging in stand houdt na $t \text{ sec}$ en de kinetische energie op het moment 0 sec en op $t \text{ sec}$.

224. Men werpt een massa van 2 kg verticaal omhoog met een beginsnelheid van 8 m/sec . Wanneer heeft deze massa zijn grootste potentiële energie en hoe groot is deze als het lichaam vanaf de grond wordt opgeworpen? Wanneer heeft de massa zijn grootste kinetische energie en hoe groot is deze?

(Voor de kinetische energie 2 antwoorden)



Mech Opgaven

225. Een massa van 6 kg wordt op een hoogte van 192 m met een beginsnelheid van 4 m/sec verticaal naar beneden geworpen. Wanneer heeft deze massa het punt bereikt waar de potentiële energie $\frac{1}{3}$ is van de maximale potentiële energie die het in dit geval kan hebben en hoe groot is dan het arbeidsvermogen van beweging?
226. a. Een lichaam met een massa van 10 kg wordt afgeschoten vanaf de grond met een beginsnelheid van 10 m/sec. hoe groot zijn de potentiële en kinetische energie in het hoogste punt? Hoe groot is de kinetische- en de potentiële energie op een hoogte van 3 m?
b. Hoe zijn de antwoorden op deze vragen als de massa van het lichaam 4 kg is?
- Antw: a. Hoogste punt is $E_p = 500 \text{ Nm}$; $E_k = 0 \text{ Nm}$.
Op $h = 3 \text{ m}$ is $E_p = 300 \text{ Nm}$; $E_k = 200 \text{ Nm}$.
b. Hoogste punt is $E_p = 200 \text{ Nm}$; $E_k = 0 \text{ Nm}$.
Op $h = 3 \text{ m}$ is $E_p = 120 \text{ Nm}$ $E_k = 80 \text{ Nm}$.*
227. Welke potentiële energie heeft een voorwerp van 10 g 3 seconden nadat het met een snelheid van 50 m per seconde vanaf de grond verticaal omhoog geschoten wordt?
- Antw: 2 Nm.*
228. Het hoogste punt dat een verticaal omhoog geschoten lichaam (massa 5 kg) bereikt, is 40 m boven de grond. Hoe groot is de snelheid waarmee het lichaam omhoog geschoten werd?
- Antw: 20 m/sec.*
229. Hoe groot is de grootste stijghoogte van een s.p. dat met een beginsnelheid van 100 m/sec onder een hoek van 30° met het horizontale vlak wordt weggeschoten?
- Antw: 125 m.*
230. Een s.p. hangt aan een verticaal touw van 60 m lengte. Men brengt het touw zover uit zijn verticale stand dat het een hoek van 60° maakt met de verticale stand. Laat men het dan los, dan beweegt het door de verticale stand (de evenwichtsstand) totdat het aan de andere kant een hoek van 60° maakt met de verticale richting. Bereken de snelheid waarmee het door de evenwichtsstand passeert.
- Antw: 2,45 m/sec.*
231. Men werpt een s.p. met een beginsnelheid van 40 m/sec verticaal omhoog. De massa is 8 kg. Bereken de potentiële energie en kinetische energie van het s.p. op een hoogte van 50 m.
232. Een kogel van 5 kg laat men van een hoogte van 100 m vrij vallen. Op welke hoogte zijn de potentiële en de kinetische energie gelijk? Hoe groot is dan de snelheid van de kogel?
233. Een voorwerp met een massa van m kg wordt op een hoogte van 20 m verticaal omhoog geschoten met een beginsnelheid van 50 m/sec. Welke kinetische energie heeft het voorwerp als het de grond bereikt?
234. Een s.p. hangt verticaal naar beneden aan een koord van 1 m lengte. Men laat het koord een hoek van 45° maken met de verticaal en laat het daarna los. Met welke snelheid zal het punt de verticale stand passeren?

R.T.

26 Mech Opgaven

Nadruk verboden

235. Een lichaam wordt op een hoogte van 75 m horizontaal weggeworpen met een beginsnelheid van 50 m/sec . Hoe groot is de snelheid waarmee het op de grond komt?
236. Op een massa van 5 kg gaat een kracht van 6 N werken onder een hoek van 60° met het horizontale vlak, de massa verplaatst zich in het horizontale vlak. Als er geen wrijving is, na hoeveel seconden heeft de massa dan een snelheid van 12 m/sec en hoe lang is de weg die in deze tijd wordt afgelegd?
Antw: na 20 sec; 20 m.
237. Dezelfde opgave als nr. 236, doch nu is de wrijvingscoëfficiënt tussen de massa en het vlak 0,1.
Antw: Het lichaam komt niet in beweging door deze kracht.
238. Men oefent op de massa uit opgave 236 nog een extra kracht uit van $6\frac{1}{2} \text{ N}$ evenwijdig aan het horizontale vlak. De wrijvingscoëfficiënt is 0,1. Wanneer zal nu de snelheid van 12 m/sec bereikt zijn en wat is de afgelegde weg in deze tijd?
Antw: in 12 sec; 72 m.
239. Een voorwerp glijdt zonder wrijving van een hellend vlak.
Voor de hellingshoek geldt: $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. Het voorwerp bereikt het einde van de helling met een snelheid van 40 m/sec . Bereken de lengte van de helling als de beginsnelheid 0 m/sec is.
Antw: 208 m.
240. Hoe wordt het antwoord op vraagstuk 239 als de wrijvingscoëfficiënt tussen het voorwerp en het vlak $\frac{1}{12}$ is?
Antw: 260 m.
241. Een voorwerp met een massa m bevindt zich op een hoogte h (verticaal gemeten) boven de grond op een hellend vlak waarvan de hellingshoek α is. Er is geen wrijving. Als men het lichaam loslaat, begint het zonder beginsnelheid naar beneden te bewegen. Hoe groot is de snelheid waarmee het op de grond komt? Hoe verandert deze snelheid als de hellingshoek α verandert, doch het lichaam steeds op een hoogte h (verticaal gemeten) boven de grond wordt losgelaten?
242. Een lichaam glijdt door zijn eigen gewicht in 10 sec over een afstand van 250 m langs een hellend vlak. De massa van het lichaam is 2 kg. De beginsnelheid is nul. Bereken de hellingshoek en de arbeid die door de zwaartekracht wordt verricht als er geen wrijving is.
243. Op een hellend vlak legt een massa van 10 kg door zijn eigen gewicht een afstand van $166\frac{2}{3}\sqrt{3} \text{ m}$ af in 10 sec. Er is geen beginsnelheid, de wrijvingscoëfficiënt is $\frac{1}{3}\sqrt{3}$. Bereken de hellingshoek.
244. Een lichaam glijdt van een hellend vlak. Voor de hellingshoek geldt: $\tan \alpha = \frac{1}{14}$. De beginsnelheid is 0 m/sec , de eindsnelheid is 9 m/sec . Hoe lang is de door het lichaam afgelegde weg als er geen wrijving is?



Mech Opgaven

245. Een kogel wordt vanuit een punt A op een hellend vlak schuin omhoog weggeschoten zodanig dat de kogel het hellend vlak treft in een punt B dat hoger ligt dan A . Zodra de kogel het hellend vlak in B raakt, komt het tot rust om onmiddellijk daarna zonder beginsnelheid naar beneden te rollen (glijden) tot hij weer in A is gekomen.

Gegeven is:

De elevatiehoek bij het afschieten is 45° .

De beginsnelheid is $10\sqrt{2} \text{ m/sec}$.

De hellingshoek van AB is 30° .

Geen wrijving tijdens het eerste deel van de beweging (van A naar B).

De wrijvingscoëfficiënt tijdens het rollen (glijden) van B naar A is $0,2$.

Gevraagd:

- Waar ligt het punt B ?
 - Hoe lang duurt het voordat de kogel weer in A is teruggekomen?
246. Een lichaam bestaat uit twee homogene bollen A en B van hetzelfde materiaal die verbonden zijn door een massaloze stang. Het volume van bol A is $2 \times$ zo groot als dat van bol B . Bereken het zwaartepunt van dit lichaam als de bollen A en B 9 cm van elkaar verwijderd zijn.
Antw: op 3 cm van bol A langs AB .
247. Twee homogene bollen van verschillend materiaal zijn met elkaar verbonden door een massaloze stang van 1 cm . De massa's der bollen zijn resp. 14 en 6 kg . Bereken het zwaartepunt van dit lichaam.
Antw: 30 cm van de bol met massa 14 kg .
248. Een staaf met een doorsnede van 20 cm^2 bestaat uit 2 delen. Het ene deel met een lengte van 8 dm heeft een s.m. 6 en het in het verlengde liggende andere deel een s.m. 8 . De lengte van dit deel is 4 dm . Bepaal het zwaartepunt van deze staaf.
Antw: 64 cm vanaf het uiteinde met s.m. 6 .
249. Een lichaam bestaat uit twee met de uiteinden aan elkaar bevestigde staven van hetzelfde materiaal en met dezelfde doorsnede. De beide staven vormen een rechte hoek waarvan de benen resp. 8 cm en 16 cm lang zijn. Bereken de plaats van het zwaartepunt.
Antw: Breng een assenkruis door beide staven, x -as door 16 cm lange staaf, y -as door 8 cm lange staaf. Dan heeft het zwaartepunt de coördinaten $(5\frac{1}{3}, 1\frac{1}{3})$.
250. Dezelfde vraag als voor opgave 249, doch nu zijn de staven van verschillend materiaal, de staaf van 16 cm lang heeft een s.m. die $1\frac{1}{2} \times$ zo groot is als die van de staaf van 8 cm .
Antw: Coördinaten van het zwaartepunt $(6, 1)$.
251. Een lichaam bestaat uit twee homogene bollen A en B die verbonden zijn door een massaloze staaf. Het volume van bol A is 10 dm^3 , de s.m. van A is 4 , het volume van bol B is 8 dm^3 en de s.m. van B is 5 . De afstand tussen de beide bollen is 1 m . Bereken het zwaartepunt van dit lichaam.

R.T.

28 Mech Opgaven

Nadruk verboden

252. Een lichaam bestaat uit drie even grote bollen A , B en C die op een rechte massaloze staaf liggen. De s.m. der bollen zijn gelijk. Bol B ligt tussen A en C , zodat de afstand AB 3 dm is en AC 5 dm.
Bepaal het zwaartepunt.
253. Een staaf van 80 cm lengte bestaat uit twee delen. De helft van de staaf is van een materiaal met s.m. 4 en de andere helft van materiaal met s.m. 6
Bepaal het zwaartepunt.
254. Twee homogene staven van hetzelfde materiaal zijn zodanig aan elkaar bevestigd dat ze een rechte hoek vormen. De ene staaf is 20 cm lang en heeft een doorsnede van 1 cm^2 ; de andere staaf is ook 20 cm lang, doch heeft een doorsnede van 2 cm^2 .
De s.m. van het materiaal is 4.
Bereken de plaats van het zwaartepunt. Kies een coördinatenstelsel door de beide staven; bij de berekening van de coördinaten mag de dikte der staven buiten beschouwing gelaten worden.
255. Waar ligt het zwaartepunt van een holle bol als de buitendiameter d_1 en de binnendiameter d_2 is?
256. Een lichaam met een massa van 6 kg botst na een vrije val van een hoogte van 20 m, volkomen veerkrachtig op een horizontaal vlak.
Welke hoogte zal het lichaam na de botsing bereiken?
Antw: 20 m.
257. Hoe wordt het antwoord van opgave 256 als de botsing onvolkomen veerkrachtig is en er tijdens de botsing een energieverlies van 300 Nm is?
Antw: 15 m.
258. Een massa van 6 kg wordt met een beginsnelheid van 40 m/sec van een hoogte van 50 m naar beneden geworpen en botst volkomen veerkrachtig op de grond.
Tot welke hoogte stuit de massa weer omhoog?
Antw: 130 m.
259. Een massa van 4 kg wordt met een beginsnelheid van 10 m/sec naar beneden geworpen van een hoogte van 40 m. bij de botsing gaat 25% van de energie verloren. Welke hoogte bereikt het lichaam na de botsing?
Antw: 33,75 m.
260. Een lichaam met een massa van 2 kg wordt met een beginsnelheid van 8 m/sec verticaal naar beneden geworpen en bereikt na de volkomen veerkrachtige botsing een hoogte van 25 m.
Op welke hoogte werd het lichaam naar beneden geworpen?
261. Bij een botsing verliest een massa van 4 kg aan energie 20%. De massa viel vrij van een hoogte van 15 m. Tot welke hoogte stuit de massa op?
262. Hoeveel energie gaat er verloren bij de botsing als een massa van 100 m vrij valt en na de botsing een maximum hoogte van 75 m bereikt?



263. Hoe groot is de snelheid van de massa uit opgave 262 vlak voor- en vlak na de botsing?
264. Een steen valt vrij van een grote hoogte. Hoeveel *sec* later zal hij ingehaald worden door een andere, die 5 *sec* later met een beginsnelheid van 60 *m/sec* uit hetzelfde punt naar beneden wordt geworpen?
265. Een kogel wordt weggeschoten met een snelheid van 400 *m/sec* en onder een hoek van 60°. Bepaal de maximum hoogte die de kogel bereikt en de plaats waar hij neerkomt.
 $g = 10 \text{ m/sec}^2$.
266. Een lichaam wordt loodrecht omhoog geworpen met een beginsnelheid van 100 *m/sec*. Bereken met de wet van behoud van energie hoe hoog het lichaam zal stijgen.
 $g = 10 \text{ m/sec}^2$.
267. Op een hellend vlak (hellingshoek 30°) glijdt een lichaam naar beneden van *A* naar *B* en van *B* naar *C*. In *A* is de snelheid 0 *m/sec*; *AB* is 1 m lang; de wrijvingscoëfficiënt op het deel *AB* is $\frac{1}{4}\sqrt{3}$, op het deel *BC* $\frac{1}{2}\sqrt{3}$.
Als het lichaam in *C* weer tot rust komt, hoe lang is dan *BC*?
268. Een voorwerp (massa 24,5 kg) glijdt naar beneden langs een helling die 10 m lang is en waarvan het hoogste punt 6 m boven de grond ligt. Het ondervindt een weerstand van 2,2 kg. Na hoeveel *sec* is het voorwerp op de grond? $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$.
269. Een kracht van 3 kg werkt 6 *sec* op een lichaam dat 5 kg weegt. Welke weg legt het lichaam in deze tijd af?
 $g = 10 \text{ m/sec}^2$.
270. De kleinste kracht die een lichaam, geplaatst op een ruw hellend vlak, met een hellingshoek van 45° naar boven kan bewegen is 1½ maal zo groot als de kleinste kracht die dat lichaam het dalen kan beletten. Hoe groot is de wrijvingscoëfficiënt?
271. Een lichaam wordt op 105 m hoogte verticaal omhoog geschoten met een beginsnelheid van 100 *m/sec*. Na hoeveel tijd komt het op de grond?
 $g = 10 \text{ m/sec}^2$.
272. Een lichaam van 400 g bevindt zich op een horizontaal vlak in rust. Er begint in constante horizontale richting een kracht van 10 g te werken die na een minuut ophoudt. Daarna wordt het lichaam nog een minuut aan zichzelf overgelaten. Bereken de afstand die het lichaam in totaal heeft afgelegd. Er is geen wrijving.
 $g = 10 \text{ m/sec}^2$.
273. Een glazen kogeltje met een gewicht van 22 g valt van een hoogte van 5 m in een diepe kwikbak. Met welke snelheid valt het kogeltje in het kwik? Hoe diep dringt het in het kwik? Hoeveel *sec* nadat het begonnen is te vallen heeft het zijn laagste punt in het kwik bereikt? Alle wrijving te verwaarlozen; s.g. glas = 4,4; s.g. kwik = 13,6; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

R.T.

30 Mech Opgaven

Nadruk verboden

274. Een lichaam met een massa van 60 g wordt uit een punt A langs een horizontale weg zonder wrijving weggeworpen met een horizontale snelheid van 8 m/sec . Na 5 sec laat men er in tegengestelde richting een kracht op werken van 24 g. Hoeveel sec heeft het lichaam nodig om tot rust te komen, nadat de kracht is gaan werken?
Hoe ver is het dan van A verwijderd?
Als de kracht blijft werken, hoeveel sec na het begin is het lichaam dan weer in A ?
275. Een lichaam is geplaatst op een volkomen glad plat vlak dat met een horizontaal vlak een hoek van 30° maakt. Het lichaam heeft een massa van 50 kg.
Hoe groot is de standvastige kracht K die evenwijdig aan het hellende vlak op het lichaam moet werken om het in rust te houden?
Als men K vervangt door $K_1 = 4 K$, werkend in dezelfde richting, met welke versnelling zal het lichaam zich dan omhoog langs het hellende vlak bewegen en hoe groot is de weg die het dan na 2 sec heeft afgelegd?
 $g = 10 \text{ m/sec}^2$.